Геометрия 8 класс. Теория.

**Свойства параллелограмма.** Параллелограмм - это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.

1. стороны. Противолежащие стороны параллельны и равны

2.Углы.

Противолежащие углы равны.

Сумма углов, прилежащих к одной стороне равна 1800

3.Диагонали. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.

Дополнительные свойства.

1. Биссектриса угла отсекает от параллелограмма равнобедренный треугольник

2. Биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне, пересекаются под прямым углом

3. Биссектрисы противолежащих углов параллельны.

4. Связь сторон и диагоналей: $d\_{1}^{2}+d\_{2}^{2}=2a^{2}+2b^{2}$

**Свойства прямоугольника.** Прямоугольник - это параллелограмм, у которого все углы прямые.

1. Сохраняет все свойства параллелограмма

2. Свое свойство. Диагонали прямоугольника равны

**Свойства ромба.** Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны

1. Сохраняет все свойства параллелограмма

2. Свое свойство. Диагонали ромба перпендикулярны и являются биссектрисами углов

**Свойства квадрата**. Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

1. Сохраняет все свойства прямоугольника.

2. Диагонали квадрата равны, перпендикулярны и являются биссектрисами углов

**Свойства равнобедренной трапеции**

1.Боковые стороны равны.

2.Углы, прилежащие к основаниям равны ( два острых и два тупых)

3. Сумма углов, прилежащих к **боковой** стороне равна 1800

4.Бисектрисы углов, прилежащих к боковой стороне, пересекаются под прямым углом

5. Длина средней линии трапеции равна большему отрезку на большем основании, если провести одну высоту

6. При решении задач всегда проводят две высоты. (равные отрезки на большем основании)

7. *Средняя линия трапеции* параллельна ее основаниям и равна $\frac{а+в}{2}$ (полусумме оснований – параллельных сторон.)

8.При решении задач. Если диагонали трапеции перпендикулярны, тогда вторую диагональ перенести параллельно к первой. Получим прямоугольный треугольник, гипотенуза = сумме оснований

**Средняя линия трапеции** – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон

**Средняя линия треугольника** – это отрезок, соединяющий середины двух сторон.

Средняя линия треугольника параллельна одной из сторон и равна ее половине.

**Теорема Пифагора.** Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Гипотенуза =$ \sqrt{Катет^{2}+Катет^{2}}$ Катет = $\sqrt{Гипотенуза^{2}-Катет^{2}}$ Гипотенуза больше катета.

**Как определить вид треугольника по углам**

Большая сторона2  = сторона2 + сторона2 - треугольник прямоугольный

Большая сторона2 < сторона2 + сторона2 - треугольник остроугольный

Большая сторона2 > сторона2 + сторона2 - треугольник тупоугольный

**сИнус** острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прОтиволежащего катета к гипотенузе $sin∝=\frac{прОтив. катет}{гипотенуза}$

**кОсинус** острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прИлежащего катета к гипотенузе $сOs∝=\frac{прИлеж.катет}{гипотенуза}$

**Тангенс**  острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему катету $tg∝= \frac{sin∝}{cos∝}=\frac{против.катет}{прилеж.катет}$

Котангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к противолежащему катету $сtg∝=\frac{прИлеж.катет}{приОтив. катет}$

**Сумма углов выпуклого** **многоугольника** равна Sn = 1800 (n – 2), где n – количество сторон или углов. Сумма углов правильного многоугольника S = $βn$, $β$ - угол многоугольника, n – количество сторон или углов

Сумма углов четырехугольника 3600

Сумма внешних углов многоугольника, взятых по одному при каждой вершине равна 3600.

**В прямоугольном треугольнике высота проведена к гипотенузе, тогда**

1. Высота, проведенная к гипотенузе = $\sqrt{проекция катета ∙проекция катета на гипотенузу}$
2. Катет = $\sqrt{Гипотенуза ∙проекция этого катета на гипотенузу.}$

**Медианы** треугольника пересекаются в одной точке и делятся в отношении 2:1, считая от вершины.

* Одна медиана разбивает треугольник на два треугольника равной площади. $S\_{1}=S\_{2}=\frac{1}{2}S\_{треуг}$
* Три медианы разбивают треугольник на 6 треугольников с равными площадями $S\_{1}=S\_{2 }…=S\_{6}=\frac{1}{6}S\_{треуг}$
* Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, является радиусом описанной окружности R и равна половине гипотенузы

**Подобие треугольников**

* Периметры подобных треугольников пропорциональны коэффициенту подобия. $\frac{Р\_{1}}{Р}=к$
* Площади подобных треугольников пропорциональны квадрату коэффициенту подобия $\frac{S\_{1}}{S}=k^{2}$

Признаки подобия

1. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.
3. Если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

**Площадь треугольника:**

1. Площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту, опущенную к ней. $S=\frac{1}{2}ah\_{a}$
2. Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними $S=\frac{1}{2}ab sin∝$
3. Площадь треугольника равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности $S=pr$. (Для любого многоугольника)
4. $S=\frac{abc}{4R}$ Площадь треугольника равна произведение трех сторон деленное на 4 радиуса описанной окружности R.
5. $S=\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)(p-c)}$ – формула Герона, p - полупериметр
6. $Площадь правильного треугольника S= \frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$
7. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов $ S=\frac{1}{2}ab$

**Площадь параллелограмма, ромба**

1. Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, опущенную к ней. $S=ah\_{a}$
2. Площадь параллелограмма равна произведению двух сторон на синус угла между ними

$$S=ab sin∝$$

1. Площадь параллелограмма равна половине произведению диагоналей на синус угла между ними $ $

$S=\frac{1}{2}d\_{1} d\_{2}sin∝$ ( *для любого четырехугольника*)

1. Площадь ромба равна половине произведению диагоналей $S=\frac{1}{2}d\_{1} d\_{2}$ (*для любого четырехугольника, у которого диагонали перпендикулярны)*

**Площадь квадрата**

1. Площадь квадрата равна стороне в квадрате S = a2
2. Площадь квадрата равна $S= \frac{1}{2}d^{2}$

**Площадь прямоугольника:**

1. Площадь прямоугольника равна произведению смежных сторон. $S=ab$
2. Площадь прямоугольника равна половине произведению диагоналей на синус угла между ними $ $

$ S=\frac{1}{2}d\_{1} d\_{2}sin∝$ (для любого четырехугольника)

**Площадь трапеции**

1. Площадь трапеции равна произведению полусумме оснований на высоту $S=\frac{a+b}{2}h$
2. Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту $S=mh$
3. Если в трапеции диагонали перпендикулярны, то ее площадь равна $S=h^{2}$

**Касательная к окружности.**

* Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности, то прямая и окружность имеют две общие точки. Это секущая к окружности.
* Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности, то прямая и окружность не имеют общих точек.
* Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиуса окружности, то прямая и окружность имеют одну общую точку. Это **касательная** к окружности. **Касательная** к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

С

В

А

О

**Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки равны**

М

С

А

Е

К

***АВ = АС, АО - биссектриса***

**Свойство хорд в окружности**

$МЕ∙ЕК=АЕ∙ЕС$

Е

А

В

С

К

**Свойства секущих и касательных**

$$АВ∙АС=АК∙АЕ$$

**Углы между касательными**

$АВ^{2}=АК∙АЕ$

$А=\frac{1}{2}( СЕ- ВК)$

Е

А

В

С

К

**Центральные и вписанные углы.**

Угол, вершина которого лежит в центре окружности называется **центральным.**

***Центральный угол равен*** дуге, на которую опирается.

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным.**

***Вписанный угол равен*** половине дуги, на которую опирается, (половине соответствующего центрального угла)

Вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны.

Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 900

**Вписанная и описанная окружность.**

Окружность вписана в многоугольник, если она касается всех его сторон.

Окружность описана около многоугольника, если она проходит через все его вершины

Центр окружности, **о**писанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы. $R=\frac{c}{2}$,

**Медиана,** проведенная к гипотенузе равна Радиусу описанной окружности ( образуются равнобедренные треугольники) **Медиана =** $R=\frac{c}{2}$**,**

 $r=\frac{a+b-c}{2}$ радиус окружности вписанной в прямоугольный треугольник

Центр окружности **в**писанной в треугольник лежит на пересечении **Б**иссектрис.

Центр окружности **о**писанной около треугольника лежит на пересечении серединных **п**ерпендикуляров к сторонам.

Окружность можно вписать в четырехугольник, если суммы противоположных сторон равны.

a +b = k + m

Окружность можно описать около четырехугольника, если сумма противоположных углов равна 1800.