**«Аналитико-синтетический метод доказательства теорем в курсе геометрии 7-9-х классов»**

Эффективность процесса обучения математике в наше время определяется многими факторами. От мастерства учителя, его умения управлять процессом формирования знаний учащихся, развитием их способности мыслить во многом зависит, сможет ли ученик творчески подойти к изучаемому материалу. Его задача, прежде всего, воспитать активно мыслящую личность.

Приобретая математические знания умения, учащиеся должны научиться проводить аргументированные доказательства, овладеть такими сложными категориями как определение, классификация, анализ и синтез, получить навыки индуктивных и дедуктивных рассуждений.

Часто приходиться сталкиваться с такими случаями, когда учащийся заучивает учебный материал, без осмысления, набивает себе руку в пользовании определенными алгоритмами и обладает ленью разума, которая мешает ему продумать встретившиеся трудности.

Сильно мешает изучению математики отсутствие привычки внимательно следить за цепочкой логических выводов, критически их осмысливать, замечать отсутствие необходимых для полноты вывода звеньев рассуждений.

Иногда учащиеся не только плохо справляются с отыскиванием этих звеньев, но и не видят надобности в самом логическом доказательстве.

В предложенной работе была сделана попытка выработки единой методики обучения учащихся умению построить логически безошибочные схемы доказательств, а также привитие им навыков к скрупулезной работе в поисках обоснования любого более или менее важного шага в ходе доказательства.

Обучение учащихся доказательству теориям нередко оказывается недостаточно эффективным. На уроках математики видно, что многие ребята затрудняются в решении задач на доказательство, допускают ошибки при обосновании решения задачи. Одна из причин этого – недостаточное освещение в школьных учебниках различных способов доказательства, что приводит к заучиванию и формальному усвоению учебного материала без критического осмысления. Среди других причин обращает на себя внимание тот факт, что доказательства данные в учебнике, проведены только синтетическим путем. Преимущества этого способа общеизвестны.

Учащиеся получают образцы последовательности, четкости и лаконизма изложения. Но вместе с тем при этом скрыт ход рассуждений, который привел к доказательству. Синтез, оторванный от анализа, при формальной безупречности выводов приводит порой, как это ни парадоксально к алогизму.

В теории обучения проблему аналитического и синтетического метода зачастую рассматривают без учета фактора времени: сегодня «учат» первому на одной задаче или теореме, завтра второму на совершенно другой задаче. Анализ не будет пустым, а синтез будет содержательным, если мы эти два метода будем рассматривать, как единый процесс доказательства.

Обучение решению задачи или доказательству теоремы с помощью двуединого анализа–синтеза обретает особую значимость на уроках геометрии.

*Рассмотрим пример.*

Пусть требуется доказать теорему о признаке параллелограмма.

**Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм.**

В методических руководствах приводят одно изолированное так называемое синтетическое доказательство.

Вот оно:



Рассмотрим треугольник АОД и СОВ: ВО=ОД, АО=ОС по условию, <ВОС=<ДОА, как вертикальные, следовательно <АОД=<СОВ по первому признаку. Значит, углы равны, а они являются внутренними накрест лежащими при прямых ВС и АД и секущей АС. По признаку параллельности прямые ВС и АД параллельны. Параллельность прямых АВ и СД доказывается с помощью равенства треугольников ВОС и ДОС. Теорема доказана.

Крайняя трудность запоминания таких доказательств объясняется психологической произвольностью первого шага для ученика: в самом деле, почему «вздумалось» учителю начинать доказательство именно с треугольников АОД и СОВ? Откуда он их взял? Как запомнить ученику этот исходный пункт доказательства? Вот в чем вопрос.

Подобная методологическая линия приводила (и все еще приводит) – как это верно описано Д.И. Писаревым – к тому что «математика представляется ученику рядом удивительных фокусов, каждый из которых имеет свой особенный ключ, и это сотню ключей школьник вынужден осилить памятью, а не логикой».

Немаловажную роль в обучении доказательству теорем играет запись этого доказательства. Традиционно записать доказательства представляет собой что-то вроде конспекта, самого доказательства, в котором отмечены основные моменты для заполнения. Такая запись сможет оказать определенную помощь ученикам в заучивании, но не направляет их мысли. Очень часто мы встречаемся на уроках с такими фактами, когда ученик у доски добросовестно пересказывает зафиксированные в тетрадях шаги доказательства, а почему именно выбран тот или иной шаг он объяснить не может. Поэтому возникает необходимость в системе четкой записи доказательств теорем, т.е. нам нужна такая запись, которая бы подробно со всеми логическими обоснованиями и в то же время кратко в описании представляло нам запись доказательства теоремы.

Наиболее эффективным будет обучение доказательства теорем аналитико-синтетическим методом, т.е. надо идти к синтезу через анализ, трактуя их как двуединый процесс, как продолжение одного другим. Приведем соответствующее доказательство к выше отмеченной теореме.

1. Требуется доказать, что ВС параллельно АД.
2. Для этого достаточно доказать, чтобы внутренние накрест лежащие углы ВСО и ОАД, образованные прямыми ВС и АД и секущей АС были равны.
3. А для того, чтобы доказать, что эти углы равны надо доказать равенство треугольников ВОС и ДОА, и что интересующие нас углы лежат против соответственно равных сторон. В последнем убеждаешься из чертежа, так как ВО=ОД по условию.
4. Для того, чтобы треугольники ВОС и ДОА были равны достаточно доказать либо первый, либо второй, либо третий признак равенства треугольников. В данном случае нам удобнее доказать первый признак, т.к. ВО=ОД и СО=ОА по условию теоремы, а углы ВОС и ДОА равны, как вертикальные.

Далее составляем схему проведенного анализа:

|  |  |
| --- | --- |
| **Чтобы доказать**---------> | **Надо доказать** |
| I. ВС || АД | II.<ВСО=<ОАД, как внутренние накрест лежащие, образованные прямыми ВС, АД и секущей АС |
| II. <ВСО=<ОАД | III. ?ВОС=?ДОА, и углы ВСО и ОАД лежат против равных сторон |
| III. Треугольник ВОС= Треугольник ДОА | IV. Равенство трех его элементов и определить признак равенства треугольниковОА=ОС – по условиюВО=ОД – по условию<АОД=<СОВ – вертикальныеТреугольник ВОС= Треугольник ДОА по I. признаку |
| ТО        **<--------------** | ЕСЛИ |

Идя слева направо мы осуществляем анализ доказательства (I>II>III>IV), перебираясь каждый раз от заключения к его основанию, рассуждая по схеме: «чтобы доказать (I), надо доказать (II) и т.д.»

Иначе говоря, мы создаем здесь цепь необходимых условий: каждое верхнее суждение есть необходимое условие для нижнего. Теперь остается главное – соединить оба процесса, анализ завершить синтезом. Пусть ученик проведет рассуждение справа налево (IV>III>II>I), нанизывая цепь достаточных условий от основания к заключению, и рассуждая так: «если IV, то III, если III, то II и т.д.»

Двустороннее движение мысли, обучение анализу, немедленно перерастающему в синтез – вот одно из направлений совершенствование дидактики.

Анализ ведет к более глубокому и сознательному усвоению учебного материала и способствует активному и творческому развитию логического мышления учащихся, нежели синтез, но как уже отмечалось, анализ будет полезен только тогда, когда он ведет к созидательной работе, т.е. анализ и синтез неотделимы друг от друга. Предлагаемая методика является хорошим инструментом для воспитания у учащихся потребностей обосновывать каждый шаг. Хотя первоначальное знакомство с таким обучением и требует значительной затраты времени, но в дальнейшем это все окупается. Чтобы такой урок дал эффект учителю необходимо продумывать каждый шаг, вести школьников от ступеньки к ступеньке, следить, чтобы мысли учащихся шли в нужном направлении, чтобы не ускользало от их внимания главное, чтобы все даже самые слабые ученики принимали участие в открытии нового. Не всегда, конечно, можно его применить, но там где это, возможно, наблюдается наиболее глубокий интерес школьников, развивается логическое мышление, повышается познавательная активность.

Такая кропотливая работа, в конечном счете, приносит свои плоды, ибо ученики приобретают исследовательские навыки и, что не менее важно, с большим интересом работают на уроке.