Конспект урока на тему:
<u>«Касательная к окружности.»</u>

Класс: 8Б.
Тип урока: комбинированный.
Цели урока:
Стратегические: формирование математической картины мира.
Тактические: добиться прочного усвоения знаний, уменьшить число неуспевающих детей, развить интерес к изучению физики у всех учащихся данного класса, развить мышление посредством проблемного, частично – поискового методов, развить у учащихся мыслительные операции: анализ, сравнение, обобщение.
Оперативные:

- Когнитивные: учащиеся должны: знать признаки подобия треугольников, соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника, уметь применять их при решении задач.
- Аффективные: учащиеся должны проявлять самостоятельность в учебной работе, должны внимательно слушать высказывания учителя и одноклассников, принимать активное участие в беседе, обсуждать, выполнять данные учителем задания, подчиняться правилам и нормам поведения.

Структура урока:

	Этапы	Методы и формы	Средства	Время
1	Организационный момент	Словесный, фронтальная	Слово учителя, слово учащихся	2 минут
2	Изучение нового материала	Фронтальная, словесный (беседа), индивидуальный, частично-поисковый	Учебник, слово учителя, слово учащихся, мел, доска, тетрадь, ручка.	25 минут
3	Закрепление и обобщение знаний	Фронтальная, практический, работа с учебником	Мел, доска, печатное слово	10 минут
4	Домашнее задание	Словесный, фронтальная	Доска, мел, слово учителя	3 минуты

Ход урока:

I. Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся. Объявляет тему урока.

II. <u>Изучение нового материала.</u>

Взаимное расположение прямой и окружности.

Выясним, сколько общих точек могут иметь прямая и окружность в зависимости от их взаимного расположения. Ясно, что если прямая проходит через центр окружности, то она пересекает окружность в двух точках - концах диаметра, лежащего на этой прямой.

Пусть прямая *р* не проходит через центр О окружности радиуса *r* .Проведем перпендикуляр *ОН* к прямой *р* и обозначим буквой *d* длину этого перпендикуляра, т. е. расстояние от центра данной окружности до прямой (рис. 211). Исследуем взаимное расположение прямой и окружности в зависимости от соотношения между *d* и *r*. Возможны три случая.

1) $d < r$. На прямой *р* от точки *Н* отложим два отрезка *НА* и *НВ,* длины которых равны $\sqrt{r^2 - d^2}$ (рис. 211, *а).* По теореме Пифагора $OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{d^2 + (r^2 - d^2)} = r$. Следовательно, точки *А* и *В* лежат на окружности и, значит, являются общими точками прямой *р* и данной окружности.

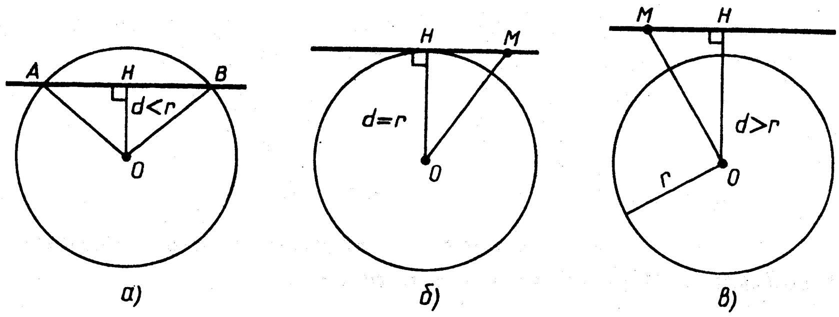

Рис. 211

Докажем, что прямая p и данная окружность не имеют других общих точек. Предположим, что они имеют еще одну общую точку С. Тогда медиана OD равнобедренного треугольника OAC, проведенная к основанию AC. является высотой этого треугольника, поэтому $OD \perp p$. Отрезки OD и OH не совпадают. так как середина D отрезка AC не совпадает с точкой H - серединой отрезка AB. Мы получили, что из точки О проведены два перпендикуляра: OH и OD - к прямой p, что невозможно. Итак, *если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности* $(d < r)$, *то прямая и окружность имеют две общие точки.* В этом случае прямая называется *секущей* по отношению к окружности.

2) $d=r$. В этом случае $OH=r$, т. е. точка H лежит на окружности и, значит, является общей точкой прямой и окружности (рис. 211, *б)*. Прямая p и окружность не имеют других общих точек, так как для любой точки M прямой p, отличной от точки H , $OM > OH = r$ (наклонная OM больше перпендикуляра OH), и, следовательно, точка M не лежит на окружности. Итак, *если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности, то прямая и окружность имеют только одну общую точку,*

3) $d>$ *г.* В этом случае $OH> r$, поэтому для любой точки M прямой p OM^{24}_{12} $OH>r$ (рис. 211, *в)*. Следовательно, точка M не лежит на окружности. Итак, *если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности, то прямая и окружность не имеют общих точек.*

Касательная к окружности. Мы доказали, что прямая и окружность могут иметь одну или две общие точки и могут не иметь ни одной общей точки. *Прямая, имеющая* с *окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.* На рисунке 212 прямая p - касательная к окружности с центром О. A - точка касания.

Докажем теорему о свойстве касательной.

Теорема. ***Касательная* к *окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.***

Доказательство. Пусть p - касательная к окружности с центром О, A - точка касания (см. рис. 212). Докажем, что касательная p перпендикулярна к радиусу OA.

Предположим, что это не так. Тогда радиус OA является наклонной к прямой p. Так как перпендикуляр, проведенный из точки О к прямой p, меньше наклонной OA, то расстояние от центра О окружности до прямой p меньше радиуса. Следовательно, прямая p и окружность имеют две общие точки. Но это противоречит условию: прямая p - касательная. Таким образом, прямая p перпендикулярна к радиусу OA. *Теорема доказана.*

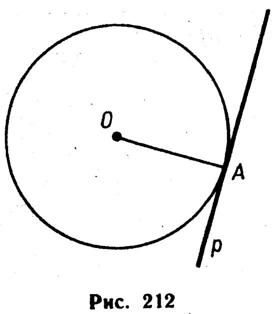

Рис. 212

Рассмотрим две касательные к окружности с центром О, проходящие через точку A и касающиеся окружности в точках B и С (рис. 213). Отрезки AB и AC назовем *отрезками касательных, проведенными из точки А.* Они обладают следующим свойством, вытекающим из доказанной теоремы:

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с *прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.*

Для доказательства этого утверждения обратимся к рисунку 213. По теореме о свойстве касательной углы 1 и 2 прямые, поэтому треугольники *ABO* и *ACO* прямоугольные. Они равны, так как имеют общую гипотенузу *OA* и равные катеты *OB* и *OC*. Следовательно, *AB=AC* и ˣ *3=* ˣ *4,* что и требовалось доказать.

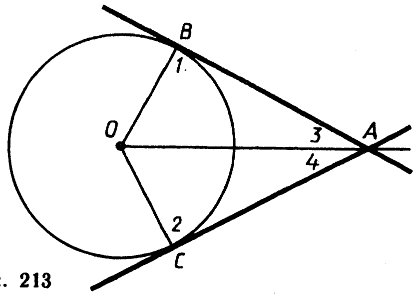

Рис. 213

Докажем теперь теорему, обратную теореме о свойстве касательной (признак касательной).

<u>**Теорема**</u>. ***Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.***

<u>**Доказательство.**</u> Из условия теоремы следует, что данный радиус является перпендикуляром, проведенным из центра окружности к данной прямой. Поэтому расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу, и, следовательно, прямая и окружность имеют только одну общую точку. Но это и означает, что данная прямая является касательной к окружности. Теорема доказана.

На этой теореме основано решение задач на построение касательной. Решим одну из таких задач.

<u>**Задача**</u>. *Через данную точку A окружности* с *центром* О *провести касательную к этой окружности.*

<u>**Решение**</u>. Проведем прямую *OA,* а затем построим прямую *p,* проходящую через точку *A* перпендикулярно к прямой *OA.* По признаку касательной прямая *p* является искомой касательной.

III. <u>Закрепление изученного.</u>

631.Пусть *d* - расстояние от центра окружности радиуса *r* до прямой *p.* Каково взаимное расположение прямой *p* и окружности, если: а) *r=* 16 см, *d=* 12 см; б) *г=5* см, *d=4,2* см; в) *г=7,2* дм, *d=3,7* дм. *?*

633.Даны квадрат *OABC,* сторона которого равна 6 см, и окружность с центром в точке О радиуса 5 см. Какие из прямых *OA, AB. BC* и *AC* являются секущими по отношению к этой окружности?

634.Через точку *A* окружности проведены касательная и хорда, равная радиусу окружности. Найдите угол между ними.

635.Через концы хорды *AB,* равной радиусу окружности, проведены две касательные, пересекающиеся в точке С. Найдите угол *ACB.*

636.Угол между диаметром *AB* и хордой *AC* равен 300. Через точку С проведена касательная, пересекающая прямую *AB* в точке *D.* Докажите, что треугольник *ACD* равнобедренный.

638.Прямая *AB* касается окружности с центром О радиуса *r* в точке *B.* Найдите *AB,* если *OA* =2 см, а *r* = 1,5 см.

640.Даны окружность с центром О радиуса 4,5 см и точка *A,* такая, ЧТQ *OA* =9 см. Через точку *A* проведены две касательные к данной окружности. Найдите угол между ними.

642.На рисунке 213 О8 =3 см, *OA* =6 см. Найдите *AB, AC, L3* и *L4.*

643.Прямые *AB* и *AC* касаются окружности с центром О в точках *B* и С. Найдите *BC,* если *LOAB=30°,* .48=5 см.

645.Из концов диаметра *AB* данной окружности проведены перпендикуляры *AA,* и *BB,* к касательной, которая не перпендикулярна к диаметру *AB.* Докажите, что точка касания является серединой отрезка *A,B* •.

IV. <u>Домашнее задание.</u>

§68 (стр. 158-161)

№№ 631 (г, д); 634; 639:644.