У ис­пол­ни­те­ля Уве­ли­чи­тель две ко­ман­ды, ко­то­рым при­сво­е­ны но­ме­ра:

1. при­бавь 1,

2. умножь на 4.

Пер­вая из них уве­ли­чи­ва­ет число на экра­не на 1, вто­рая — умно­жа­ет его на 4.

Про­грам­ма для Уве­ли­чи­те­ля — это по­сле­до­ва­тель­ность ко­манд. Сколь­ко есть про­грамм, ко­то­рые число 1 пре­об­ра­зу­ют в число 29?

Ответ обос­нуй­те.

**По­яс­не­ние.**

Обо­зна­чим R(n) — ко­ли­че­ство про­грамм, ко­то­рые пре­об­ра­зу­ют число 1 в число n. Обо­зна­чим t(n) наи­боль­шее не­чет­ное число, крат­ное че­ты­рем, не пре­вос­хо­дя­щее n.

Обе ко­ман­ды ис­пол­ни­те­ля уве­ли­чи­ва­ют ис­ход­ное число, по­это­му общее ко­ли­че­ство ко­манд в про­грам­ме не может пре­вос­хо­дить 28.

Верны сле­ду­ю­щие со­от­но­ше­ния:

1. Если n не де­лит­ся на 4, то тогда R (n) = R(T(n)), так как су­ще­ству­ет

един­ствен­ный спо­соб по­лу­че­ния n из T(n) - при­бав­ле­ни­ем еди­ниц.

2. Пусть n де­лит­ся на 4.

Тогда R (n) = R(n/4)+R(n-1)= R(n/4)+R(n-4) (если n>4).

При n = 4 вы­пол­не­но: R(n) = 2 (два спо­со­ба: при­бав­ле­ни­ем трех еди­ниц или

од­но­крат­ным умно­же­ни­ем на 4).

По­это­му до­ста­точ­но по ин­дук­ции вы­чис­лить зна­че­ния R(n) для всех нечётных

чисел, крат­ных че­ты­рем и не пре­вос­хо­дя­щих 29.

Имеем:

R(1)= R(2) = R(3) = 1

R(4) = 2 = R(5) = R(6) = R(7)

R(8) = R(2) + R(7) = 1 + 2 = 3 = R(9) = R(10) = R(11)

R(12) = R(3)+R(11) = 1 + 3 = 4 = R(13)= R(14) = R(15)

R(16) = R(4) + R(15) = 2 + 4 = 6 = R(17) = R(18) = R(19)

R(20) = R(5) + R(19) = 2 + 6 = 8 = R(21) = R(22) = R(23)

R(24) = R(6) + R(23) = 2 + 8 = 10 = R(25) = R(26) = R(27)

R(28) = R(7) + R(27) = 2 + 10 = 12 = R(29)

Ответ: 12.

Дру­гой спо­соб ре­ше­ния

Будем ре­шать по­став­лен­ную за­да­чу по­сле­до­ва­тель­но для чисел 1, 2, 3,..., 29 (то есть для каж­до­го из чисел опре­де­лим, сколь­ко про­грамм ис­пол­ни­те­ля су­ще­ству­ет для его по­лу­че­ния). Ко­ли­че­ство про­грамм, ко­то­рые пре­об­ра­зу­ют число 1 в число n, будем обо­зна­чать через R(n). Число 1 у нас уже есть, зна­чит, его можно по­лу­чить с по­мо­щью «пу­стой» про­грам­мы. Любая не­пу­стая про­грам­ма уве­ли­чит ис­ход­ное число, т. е. даст число, боль­ше 1. Зна­чит, R(1) = 1. Для каж­до­го сле­ду­ю­ще­го числа рас­смот­рим, из ка­ко­го числа оно может быть по­лу­че­но за одну ко­ман­ду ис­пол­ни­те­ля. Если число не де­лит­ся на 4, то оно может быть по­лу­че­но толь­ко из преды­ду­ще­го числа с по­мо­щью ко­ман­ды **при­бавь 1**. Зна­чит, ко­ли­че­ство ис­ко­мых про­грамм для та­ко­го числа равно ко­ли­че­ству про­грамм для преды­ду­ще­го числа: .

Если число на 4 де­лит­ся, то ва­ри­ан­тов по­след­ней ко­ман­ды два: **при­бавь 1 и умножь на 4**, тогда . За­пол­ним со­от­вет­ству­ю­щую таб­ли­цу по при­ведёным фор­му­лам слева на­пра­во:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 6 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |  |  |  |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 8 | 8 | 8 | 10 | 10 | 10 | 10 | 12 | 12 |  |  |  |

При этом ячей­ки, от­но­ся­щи­е­ся к чис­лам, ко­то­рые не де­лят­ся на 4, можно в ре­ше­нии и опу­стить (за ис­клю­че­ни­ем пер­во­го и по­след­не­го чисел):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28, 29 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |

Ответ: 12.