Содержание

**Введение** 3

**Глава 1.** *Золотое сечение в математике*

* 1. История золотого сечения. 8
	2. Ряд Фибоначчи. 9

**Глава 2.**  *Применение золотого сечения*

* 1. Золотое сечение в природе 11
	2. Золотое сечение и симметрия 15
	3. Золотое сечение в скульптуре 15
	4. Золотое сечение в архитектуре 16
	5. Золотое сечение в живописи 18
	6. Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи «Джоконда» 18
	7. Золотое сечение в картине И. И. Шишкина «Сосновая роща» 18

Заключение 20

Список использованной литературы 21

**Объектом исследования** данной работы являются фрагменты произведений известных людей искусства и науки, которые можно просчитать, доказать или опровергнуть, используя знания, полученные на уроках математики.

**Актуальность** выбранной темы – увидеть в шедевре искусства наличие вертикалей и горизонталей, делящих ее в отношении «золотого сечения», и доказать, что искусство существует не только для людей искусства, как и математик и не только для математиков.

**Цель исследования** – поиск красоты и гармонии в науке, в природе, в техники, в искусстве, в основе которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения.

**Задачи исследования:**

1. Определение характеристик золотого сечения в математике.
2. Выявление взаимосвязи пропорциональности в природе, искусстве, архитектуре
3. Изучение научно-популярной, занимательной литературы.
4. Подбор художественной литературы для исследования в картинах художников.
5. Оценка полученных результатов

**Методы исследования** - анализ научно-популярной и занимательной литературы, анализ и сравнение результатов с реальной действительностью.

**Введение**

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения в которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появления ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее появления структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе. Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина – горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии 3/ 8 и 5/ 8 от соответствующих краев плоскости.

**Рис.1**

Данное открытие у художников того времени получило название «золотое сечение» картины. Золотое сечение часто применяется в произведениях искусства, архитектуры, встречается в природе. Особую роль «божественная пропорция» играет в искусстве. Здесь она «мать-царица». Без нее невозможно ни построение перспективы в живописи, ни ваяния скульптуры, ни создание архитектурного проекта.

**Глава 1. Золотое сечение в математике**.

В математике пропорцией (лат. Proportio) называют равенство двух отношений: a : b = c : d

Отрезок АВ можно разделить на две части следующими способами:

- на две равные части – АВ : АС = АВ : ВС

- на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют); АВ : АС = АС : ВС . Это есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение - это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, так сама большая часть относится к меньшей части.



a : b = b : c

c : b = b : a

**Рис.2** Деление отрезка прямой по золотому сечению.

Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с помощью циркуля и линейки.



ВС=1/2АВ; СD:ВС

**Рис.3**. Геометрическое изображение золотой пропорции.

Из точки В восстанавливается перпендикуляр, равный половине АВ. Полученная точка С соединяется линией с точкой А. На полученной линии откладывается отрезок ВС, заканчивающейся точкой D. Отрезок АD переносится на прямую АВ. Полученная при этом точка Е делит отрезок АВ в соотношении золотой пропорции. Это отношение приближенно равна 0,618=5\8. Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью АЕ=0,618…, если АВ принять за единицу, ВЕ=0,382… Для практических целей часто используют приближенные значения 0.62 и 0.38. Если отрезок АВ принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая 38 частям. Свойства золотого сечения описываются уравнением: х2 – х – 1=0

Решение этого уравнения:



Свойства золотого сечения создали вокруг этого числа романтический ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения.

* 1. **История золотого сечения.**

Понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. д. н. э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании. Французский архитектор Ле Корбюзье нашел, что в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют величинам золотого деления. Зодчий Хесира, изображенный на рельефе деревянной доски из гробницы его имени, держит в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы пропорции золотого деления. Греки были искусными геометрами. Даже арифметике обучали своих детей при помощи геометрических фигур. Квадрат Пифагора и диагональ этого квадрата были основанием для построения динамических прямоугольников. Платон (427…347 гг. до н. э.) также знал о золотом делении. Его диалог «Тимей» посвящен математическим и эстетическим воззрениям школы Пифагора и, в частности, вопросам золотого деления. В фасаде древнегреческого храма золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида. Во 2-й книге «Начал» дается геометрическое построение золотого деления после Евклида исследованием золотого деления занимались Гипсикл (II в. до н. э.), Папп (III в. до н. э.) и др. В средневековой Европе с золотым делением познакомились по арабским переводам «Начал» Евклида. Секреты золотого деления ревностно оберегались, хранились в строгой тайне. Они были известны только посвященным.

В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому делению среди ученых и художников в связи с его применением как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. Леонардо да Винчи , художник и ученый, видел, что у итальянских художников эмпирический опыт большой, а знаний мало. Он задумал и начал писать книгу по геометрии. Но в это время появилась книга монаха Луки Пачоли, и Леонардо оставил свою затею. По мнению современников и историков науки, Лука Пачоли был настоящим светилом, величайшим математиком Италии в период между Фибоначчи и Галилеем.

В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли «Божественная пропорция» с блестяще выполненными иллюстрациями. Книга была восторженным гимном золотой пропорции. Среди многих достоинств золотой пропорции монах Лука Пачоли не преминул назвать ее «божественную суть» как выражение божественного единства бог сын, бог отец и бог дух святой (подразумевалось, что малый отрезок есть олицетворение бога сына, больший отрезок – бога отца, а весь отрезок – бога духа святого).

**Леонардо да Винчи** так же много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название «золотое сечение». Так оно и держится до сих пор как самое популярное. С развитием дизайна и технической эстетики действие закона золотого сечения распространилось на конструирование машин, мебели и т.д.

* 1. **Ряд Фибоначчи**

С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика монаха Леонардо. Он много путешествовал по Востоку, познакомил Европу с индийскими (арабскими ) цифрами. В 1020 г. Вышел в свет его математический труд «Книга об абаке». Фибоначчи выстроил такой ряд цифр: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,55, 89, 144, и т. д.

Ряд чисел 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34.55 и т. д. известен как ряд Фибоначчи. Особенность последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих 2+3=5; 3+5=8; 5+8=13; 8+13=21; 13+21=34; и т. д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления. Так, 21:34=0,617, а 34:55=0,618, это отношение 0,618 : 0,382 – дает непрерывное деление отрезка прямой в золотой пропорции, когда меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему.

**Глава 2. Применение золотого сечения**

**2.1 Золотое сечение в природе**

Пропорциональность в природе, искусстве, архитектуре означает соблюдение определенных соотношений между размерами отдельных частей растения, скульптуры, здания и является непременным условием правильного и красивого изображения предмета.

Исследовали, что окружающие нас предметы дают примеры золотого сечения. Например, переплеты многих книг имеют отношение ширины и длины, близкое к числу 0,618. С глубокой древности люди пользовались различными рычагами – весло, лом, весы, ножницы, качели и т. д.

**Рис.4** Рычаг. (приложение 1)

**Рис.5** Лом. (Приложение 2)

Великий астроном XVI в. Иоган Кеплер назвал золотое сечение одним из сокровищ геометрии. Он первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники (рост растений и их строение). Рассматривая расположение листьев на общем стебле растений можно заметить, что между каждыми двумя парами листьев (А и С) третье расположение в месте золотого сечения (точка В).

**Рис.6** Растение (Приложение 3)

Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, на уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий – 38, четвертый – 24 и т. д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшилась в пропорции золотого сечения.

**Рис.7** Отросток. (Приложение 4)

В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции – длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38.

**Рис.8** Ящерица. (приложение 5)

И в растительном, и в животном мире настойчиво пробивается формообразующая тенденция природы – симметрия относительно направления роста и движения. Здесь золотое сечение проявляется в пропорциях частей перпендикулярно к направлению роста. Природа осуществила деление на симметричные части и золотые пропорции.

**2.2. Золотое сечение и симметрия.**

Золотое сечение нельзя рассматривать само по себе, отдельно, без связи с симметрией. Великий русский кристаллограф Г.В. Вульф (1863…1925) считал золотое сечение одним из проявлений симметрии. Золотое деление не есть проявление асимметрии, чего-то противоположного симметрии. Согласно современным представителям золотое деление – асимметричная симметрия. В науку о симметрии вошли такие понятия, как статическая и динамическая симметрия. Статическая симметрия характеризует покой, равновесие, а динамическая – движение, рост. Так, в природе статическая симметрия представлена строением кристаллов, а в искусстве характеризует покой, равновесие и неподвижность. Динамическая симметрия выражает активность, характеризует движение, развитие, ритм, она – свидетельство жизни. Статической симметрии свойственны равные отрезки, равные величины. Динамической симметрии свойственно увеличение отрезков или их уменьшение, и оно выражается в величинах золотого сечения возрастающего или убывающего ряда.

**2.3. Золотое сечение в скульптуре.**

Скульптурные сооружения, памятники воздвигаются, чтобы увековечить знаменательные события, сохранить в памяти потомков имена прославленных людей, их подвиги и деяния. В древности основу скульптуры составляла теория пропорций. Отношение частей человеческого тела связывались с формулой золотого сечения. Пропорции «золотого сечения» создают впечатление гармонии красоты, поэтому скульпторы использовали их в своих произведениях. Скульпторы утверждают, что талия делит совершенное человеческое тело в отношении «золотого сечения». Самыми знаменитыми из них были статуя Зевса Олимпийского и Афины Парфенон.

**Рис.9** Человеческое тело. (Приложение 6)

**2.3. Золотое сечение в архитектуре.**

В книгах о «золотом сечении» можно найти замечание о том, что в архитектуре, как и в живописи, все зависит от положения наблюдателя, и что, если некоторые пропорции в здании с одной стороны кажутся образующими «золотое сечение», то с других точек зрения они будут выглядеть иначе. «Золотое сечение» дает наиболее спокойное соотношение размеров тех или иных длин.

Одним из красивейших произведений древнегреческой архитектуры является Парфенон (V в. до н. э.)

Парфенон имеет 8 колонн по коротким сторонам и 17 по длинным. Выступы сделаны целиком из квадратов пентилейского мрамора. Отношение высоты здания к его длине равно 0,618. Если произвести деление Парфенона по «золотому сечению», то получим те или иные выступы фасада.

**Рис. 10, 11** Парфенон. (Приложение 7)

 На рисунках виден целый ряд закономерностей, связанных с золотым сечением пропорции здания можно выразить через различные степени числа Ф= 0,618…

**Рис.12** Парфенон (Приложение 8)

Все архитектурные сооружения, храмы и даже жилища от Древнего Египта и Древней Греции до наших дней создавались и создаются в гармонии чисел по правилам Золотого сечения.

**2.5. Золотое сечение в живописи.**

Переходя к примерам «золотого сечения» в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи.

Портрет Монны Лизы (Джоконды) долгие годы привлекает внимание исследователей, которые обнаружили, что композиция рисунка построена на золотых треугольниках, являющихся частями правильного звездчатого пятиугольника. Женщина не была красива, но в ней привлекала простота и естественность облика. Его модель была печальной и грустной, но Леонардо рассказал ей сказку, услышав которую, она стала живой и интересной.

**2.6 Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи «Джоконда»**

**Рис.13** (Приложение 9)

**2.6. Золотое сечение в картине И.И.Шишкина «Сосновая роща»**

На этой знаменитой картине И.И. Шишкина просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны – освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен – при желаний можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше.

 Наличие в картинке ярких вертикалей и горизонталей, делящих ее в отношении золотого сечения, придает ей характер уравновешенности и спокойствия в соответствии с замыслом художника.

**Рис.14** Сосновая роща. (Приложение 10)

 Все живое и все красивое – все подчиняется божественному закону, имя которому – «золотое сечение».

**Заключение**

Приступая к данному исследованию, мы ставили перед собой задачу вызвать интерес к изучению предмета «математика» через поиск принципа золотого сечения – высшего проявления совершенства целого и его частей в искусстве, в науке, в технике и в природе и показали роль пропорции золотого сечения в архитектуре, в скульптуре, в науке, в природе.

Для этого:

- была изучена научная и научно-популярная исследующая связь литературы и математики, представляющая принцип золотого сечения

- проведено исследования картин известных людей искусства, науки

- показано применение пропорциональности в природе, искусстве, архитектуре, что является непрерывным условием правильного и красивого изображения предмета

Жизнь человека и общества постоянно требует сложных решений, выходящих за рамки любой профессии, любого специализированного образа мысли.

Математика – вечно живое дерево науки. С древнейших времен известно, что математика учит правильно мыслить, логически рассуждать. Кто занимается математикой, тот развивает свой ум и внимание, воспитывает волю и настойчивость. А эти качества нужны всем без исключения: и врачу, и артисту, и художнику, и писателю.

Данная работа еще раз с большой убедительностью подтверждает знаменитую истину, что математика не признает упрощенного подхода, основанного на фантазии и правдоподобности, и является « царицей всех наук».

**Литература**

**1.**Н. Виленкин. Математика 6 кл

2. Лука Пачоли «Божественная пропорция».

3. Азевич А.И. Двадцать уроков гармонии: гуманитарно-математический курс. – М.: Школа-пресс, 1998.

4. Васюткинский Н.Н. Золотая пропорция.- М., 1990

5. Волошинов А.В. Математика и искусство. – М., 1992

6. Кованцов Н.И. Математика и романтика.- киев, 1976

7. Пидоу Д. Геометрия и искусство .- М.: мир, 1989

8. Шмелев, Золотое сечение, Москва (1990).