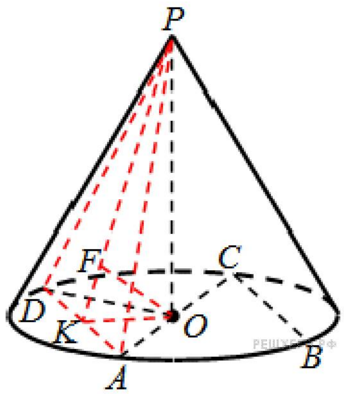
Задания С2: нахождение расстояния от точки до плоскости.

Расстояние от точки до плоскости – это длина перпендикуляра, проведенного из точки к плоскости. Для многих выпускников проведение такого перпендикуляра далеко не очевидно. Однако в большинстве случаев задачу можно решить и без построения нужного отрезка. Расстояние от точки до плоскости можно вычислить как высоту подходящей пирамиды, воспользовавшись формулой объема.

Задача.Отрезок *AC* — диаметр основания конуса, отрезок *AP* — образующая этого конуса и *AP* = *AC* . Хорда основания *BC* составляет с прямой *AC* угол 60°. Через *AP* проведено сечение конуса плоскостью, параллельной прямой *BC*. Найдите расстояние от центра основания конуса *O* до плоскости сечения, если радиус основания конуса равен 1.

Решение.



Расстояние от точки *O* до плоскости *ADP* –это длина высоты *H* пирамиды *OADP.* Т.к. $V_{OADP} = –S_{\Delta ADP} \cdot H$, то

$$H=\frac{3V_{OADP}}{S_{\Delta ADP}}.$$

С другой стороны, $V_{OADP} = V_{POAD} = –S_{\Delta ADO} \cdot PO$.

$S_{\Delta ADO}$=–$AD \cdot OK$, $S_{\Delta ADP}$=– $AD \cdot KP$, значит,

$$H=\frac{3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}AD\cdot OK\cdot PO}{\frac{1}{2}\cdot AD\cdot KP}=\frac{OK\cdot PO}{KP}.$$

В Δ POD OD = 1, PD = 2, тогда *PO*=$\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.

Δ *AOD* равносторонний, т.к. *AO = OD,* $\angle DAO = \angle ACB = 60^o$ (т.к. плоскость ADP// BC, то AD // BC). Значит, *AK* = – *AD* = –, тогда *OK* = $\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

По теореме Пифагора для Δ*POK PK* = $\sqrt{PO^2+OK^2}=\sqrt{3+\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{15}}{2}$.

В результате $H = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}}{\frac{\sqrt{15}}{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Ответ. $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$