**Государственное бюджетное специальное (коррекционное) образовательное учреждение для обучающихся, воспитанников с ограниченными возможностями здоровья специальная (коррекционная) общеобразовательная школа-интернат № 2**

**(IV вида) Кировского района Санкт-Петербурга**

**Методическая разработка по теме: «Многогранники и тела вращения. Материалы контроля»**

**Санкт – Петербург**

**2014**

Содержание:

Тест по теме «Комбинация многогранников и тел вращения»……………………………..3

Игра «Кто хочет стать миллионером» по теме «Многогранники и тела вращения»……...4

Тест «на входе»…………………………………………………………………………………5

Тест «На входе» №2…………………………………………………………………………….7

Задачи повышенной сложности……………………………………………..…………………8

Двухуровневая контрольная работа…………………………………………………………...9

Ответы и решение контрольной работы……………………………………………………..10

Дополнительные задачи……………………………………………………………………….14

**Тест по теме «Комбинация многогранников и тел вращения»**

**Тест** [**http://qualitesty.com/test/school/45**](http://qualitesty.com/test/school/45)

**1.** Если все вершины прямоугольного параллелепипеда с измерениями 3, 4 и 5 лежат на поверхности шара, то площадь поверхности шара равна

1. 50
2. 100
3. 200π
4. 25π
5. 50π

​

**2.** Если объем куба равен LaTeX formula: 2\sqrt2, то отношение радиусов описанного около куба шара и вписанного в этот куб шара равно

1. LaTeX formula: \sqrt2
2. LaTeX formula: 2\sqrt3
3. LaTeX formula: 1,5
4. 2
5. 3

​

**3.** Если шар касается всех граней треугольной призмы с ребрами оснований 5, 5 и 6 см, то площадь боковой поверхности призмы равна

1. 38
2. 96
3. 12
4. 48
5. 24

​**4.** Если в прямой параллелепипед, одна из диагоналей которого равна LaTeX formula: 2\sqrt3   и равна его стороне, можно вписать шар, то объем параллелепипеда будет равен

1. 18
2. LaTeX formula: 18\sqrt3
3. LaTeX formula: 18\sqrt2
4. LaTeX formula: 9\sqrt6
5. 6

**5.** Если около конуса, высота которого равна 6, описать шар радиуса 4, то объем конуса будет равен

1. LaTeX formula: 24\pi
2. LaTeX formula: 72\pi
3. LaTeX formula: 48\pi
4. LaTeX formula: 12\pi
5. LaTeX formula: 25\pi

​

**6.** Если в усеченный конус, образующая которого равна LaTeX formula: 2\sqrt2 и наклонена к плоскости основания под углом LaTeX formula: 45^\circ, вписать в шар, то площадь боковой поверхности конуса будет равна

1. LaTeX formula: 24\pi
2. LaTeX formula: 8\pi
3. LaTeX formula: 4\pi
4. 32
5. 24

​

**7.** В шар вписан цилиндр, высота которого в два раза больше радиуса его основания. Если объем шара равен LaTeX formula: 4\sqrt3\pi, то объем цилиндра равен

1. 
2. 2
3. LaTeX formula: 6\pi
4. LaTeX formula: 8\pi
5. LaTeX formula: 18\pi

**8.** Если сфера вписана в цилиндр, площадь поверхности которого равнаLaTeX formula: 12\pi, то площадь поверхности сферы равна

1. 18
2. LaTeX formula: 18\pi
3. LaTeX formula: 2\pi
4. LaTeX formula: 8\pi
5. 8

​

**9.** Если правильный тетраэдр, вписан в конус, объем которого равен LaTeX formula: 4\sqrt3\pi, то объем тетраэдра равен…

​

**10.** Правильная шестиугольная пирамида вписана в конус, объем которого равен LaTeX formula: \frac{32\pi}{3}. Если радиус основания конуса в два раза больше его высоты, то апофема пирамиды равна

**Игра «Кто хочет стать миллионером» по теме «Многогранники и тела вращения»**

**Игра** [**http://learningapps.org/display?v=puaqh07uc01**](http://learningapps.org/display?v=puaqh07uc01)

**Тест «на входе»**

**1. Сколько ребер имеет октаэдр?**

1. 6
2. 8
3. 12
4. 16

**2. Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются...**

1. гранями
2. ребрами
3. вершинами
4. разверткой

**3. Пирамида называется десятиугольной, если ее основание...**

1. 5-угольник
2. 9-угольник
3. 10-угольник
4. 11-угольник

**4. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда находится по формуле...**

1. S=2(ab+bc+ca)
2. S=2c(a+b)
3. S=c(a+b)
4. S=abc

**5. Объем цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 2 равен...**

1. 18π
2. 12π
3. 6π
4. 1,5π

**6. Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется...**

1. ребро
2. хорда
3. касательная
4. диагональ

**7. Боковыми гранями правильной пирамиды являются...**

1. равносторонние треугольники
2. равные равнобедренные треугольники
3. равные трапеции
4. равные треугольники

**8. Какое тело вращения имеет развертку, состоящую из сектора и круга?**

1. усеченный конус
2. цилиндр
3. конус
4. шар

**9. В какой многоугольник, всегда можно вписать окружность?**

1. трапеция
2. ромб
3. прямоугольник
4. параллелограмм

**10. Вокруг какого многоугольника нельзя описать окружность?**

1. квадрат
2. параллелограмм
3. прямоугольник
4. равнобедренная трапеция

**11. Если все ребра куба увеличить в 2 раза, то во сколько раз увеличится его объем?**

1. в 0,5
2. в 2
3. в 4
4. в 8

**12. Если все ребра куба увеличить в 2 раза, то во сколько раз увеличится его площадь поверхности?**

1. в 4
2. в 6
3. в 8
4. в 10

**13. Какое тело вращения имеет развертку, состоящую из прямоугольника и двух кругов?**

1. усеченный конус
2. цилиндр
3. конус
4. шар

**14. Как рассчитывается центральный угол через дугу, на которую он опирается?**

1. половина дуги
2. целая дуга
3. две дуги
4. четыре дуги

**15. Как рассчитывается вписанный угол через дугу, на которую он опирается?**

1. половина дуги
2. целая дуга
3. две дуги
4. четыре дуги

Ответы:

1. 3
2. 1
3. 3
4. 1
5. 2
6. 4
7. 2
8. 3
9. 2
10. 2
11. 4
12. 1
13. 2
14. 2
15. 1

**Тест «на входе» №2**

[**https://docs.google.com/forms/d/1z78lPZIxLKYbZZ2JajfnngrE9z0yYdOUvQpVvC9pAJk/viewform**](https://docs.google.com/forms/d/1z78lPZIxLKYbZZ2JajfnngrE9z0yYdOUvQpVvC9pAJk/viewform)

1. **Сколько граней имеет куб?**
   *  4
   *  6
   *  8
   *  10
2. **Какое тело вращения получается поворотом прямоугольника вокруг одной из его сторон?**
   *  Сфера
   *  Шар
   *  Цилиндр
   *  Конус
3. **Площадь поверхности какого многогранника находится по формуле S=2(ab+bc+ac)**
   *  Куб
   *  Прямоугольный параллелепипед
   *  Прямая призма
   *  Правильная пирамида
4. **На какую величину необходимо умножить треть площади основания конуса, чтобы получить его объем?**
   *  Высота
   *  Радиус
   *  Диаметр
   *  Образующая
5. **Сколько ребер имеет шестиугольная пирамида?**
   *  6
   *  9
   *  12
   *  15

**Задачи повышенной сложности**

1.1.     В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб, так что плоскость одной [грани](http://do3.rcokoit.ru/mod/glossary/showentry.php?courseid=34&eid=773&displayformat=dictionary) совпадает с плоскостью основания пирамиды. Вычислите ребро куба, если известно. Что сторона основания пирамиды равна *а*, высота пирамиды—2*а*(№383) [[1]](file:///C:\\Users\\%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F\\Desktop\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D1%80%D0%B0%D0%B1.doc" \l "_ftn1" \o ").

1.2.     Две правильные четырехугольные пирамиды имеют общее основание. Вершина одной из них совпадет с серединой высоты другой. Вычислите отношение площадей боковых поверхностей этих пирамид. Если известно, что ребра внутренней пирамиды равны между собой (№385).

1.3.     Два правильных тетраэдра имеют общую высоту. Вершина одного из них совпадает с центром основания другого и наоборот боковые ребра одного пересекают боковые ребра другого. Сделайте чертеж и выясните, какой [многогранник](http://do3.rcokoit.ru/mod/glossary/showentry.php?courseid=34&eid=771&displayformat=dictionary) получиться в пересечении тетраэдров (№389).

1.4.     Куб разрезан на n3 кубиков, равных между собой. Во сколько раз общая площадь поверхности этих кубиков больше площади поверхности исходного куба? (№392).

1.5.     В плоскости [грани](http://do3.rcokoit.ru/mod/glossary/showentry.php?courseid=34&eid=773&displayformat=dictionary) ASВ правильной треугольной пирамиды SABC проведен отрезок MN, параллельный ребру SB, концы которого принадлежат соответственно ребрам SA и AB. В [грани](http://do3.rcokoit.ru/mod/glossary/showentry.php?courseid=34&eid=773&displayformat=dictionary) ASC проведен отрезок KL, параллельный ребру AC, концы которого принадлежат соответственно ребрам SA и SC. Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC, если ,  (С4\* вариант\_10) [[2]](file:///C:\\Users\\%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F\\Desktop\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D1%80%D0%B0%D0%B1.doc" \l "_ftn2" \o ").

1.6.     В правильной треугольной пирамиде SABC точки К, N принадлежат ребру SA, точка М – ребру SB, а точка L принадлежит ребру SC, причем AK=KN=NS, SM:MB=1:3, SL:LC=2:1. Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC (С4\* вариант 1).

1.7.     В правильной треугольной пирамиде SABC точка К принадлежит ребру SC, точка М – ребру SB, точка N принадлежит ребру AB, а точка L – ребру ВС. Известно, что ВМ=MS, BN=NA, , . Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC (С4\* вариант 7).

[[1]](file:///C:\\Users\\%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F\\Desktop\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D1%80%D0%B0%D0%B1.doc" \l "_ftnref1" \o ") Задачи по геометрии 7-11. Ходот и др

[[2]](file:///C:\\Users\\%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F\\Desktop\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0\\%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D1%80%D0%B0%D0%B1.doc" \l "_ftnref2" \o ") ЕГЭ Математика 2007. Типовые тестовые задания

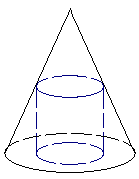
**Двухуровневая контрольная работа**

Форма и критерии оценивания

На последнем занятии учащимся предлагается самостоятельная либо контрольная работа. Ввиду сложности темы оптимальным методом проверки является проведение домашней контрольной работы по вариантам. При распределении вариантов осуществляется дифференцированный подход: учащимся со средними способностями предлагается базовый вариант, более подготовленным – вариант повышенной сложности. Независимо от уровня сложности, каждый вариант включает в себя три задачи, по одной на каждый вид комбинации (многогранник и тело вращения, два тела вращения, два многогранника).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Отметка | 1–ый вариант (базовый) | 2-ой вариант (повышенной сложности) |
| «5» | невозможна | правильное, со всеми необходимыми пояснениями решение всех трех задач, либо правильное решение двух задач, а третья задача решена с небольшими недочетами |
| «4» | правильное, со всеми необходимыми пояснениями решение всех трех задач | решение трех задач, в целом верное, но с небольшими недочетами, либо правильное, со всеми необходимыми пояснениями решение двух задач |
| «3» | решение трех задач, в целом верное, но с небольшими недочетами, либо правильное, со всеми необходимыми пояснениями решение двух задач | решение двух задач, в целом верное, но с небольшими недочетами |
| «2» | во всех остальных случаях | во всех остальных случаях |

1-ый вариант (базовый)

1. Найдите площадь поверхности и объем шара, вписанного в куб с ребром 4
2. В шар вписан цилиндр, диаметр которого равен образующей. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если объем шара равен 36π.
3. Найдите боковые ребра пирамиды, вписанной в куб с ребром 2, если ее основание совпадает с гранью куба, а ее вершина является точкой пересечения диагоналей противоположной грани куба.

2-ой уровень (повышенной сложности)

1. В правильную треугольную призму вписан шар радиуса 2. Найдите объем призмы и площадь ее поверхности.
2. В конус вписан цилиндр, как показано на рисунке. Площадь основания цилиндра в четыре раза меньше площади основания конуса. Найдите объем цилиндра, если угол между образующей конуса и его высотой равен α, а радиус равен 6см.
3. SABCD – правильная пирамида. Точки A1, B1, C1, D1 – середины ребер соответственно SA, SB, SC, SD. H – центр ABCD. Найдите отношение площадей поверхностей пирамид SABCD и HA1B1C1D1.

**Ответы и решение контрольной работы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Дано: шар, куб ABCDA1B1C1D1, AB=4  Найти: S, V  Решение: Спроектируем шар на грань ABB1A1.  Ребро куба равно диаметру т. е. АВ=d. R=½AB=½∙6=3  S=4πR2=4∙π∙32=36π≈113,04 кв. ед.  = ∙33=12*π*≈37,68 куб. ед.  Ответ: S=36π≈113,04 кв. ед.  V=12π≈37,68 куб. ед |
|  |  | Дано: шар, вписанный цилиндр, d=AB, Vшара=36π  Найти: Sбок.цил  Решение: |
|  |  | Дано: куб ABCDA1B1C1D1, пирамида EABCD, A1C1∩B1D1=E, AB=2  Найти: AE, BE, CE, DE  Решение:    => AE=BE=CE=DE  AC – диагональ квадрата => AC=  АЕ1=АС/2= Рассмотрим Δ АЕЕ1- прямоуг.  АЕ2=Е1А2+Е1Е2=2+4=6  AE=BE=CE=DE= |

2-ой

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Дано: шар (О;R=2), описанная правильная призма АВСА1В1С1  Найти: Sполн, V  Решение: h=2R=2∙2=4  Спроектируем шар на грань АВС  =2∙2=  Sбок=Pосн·h=3∙∙4=    Sполн=Sбок+2Sосн=+2∙  V=Sосн· h=  Ответ: |
|  |  | Дано: цилиндр, описанный конус, ∟НАС=α, НС=6см.  Найти: Vцил  Решение: Sосн.кон.= 4∙Sосн.цил => НС=2∙НК    Sосн.цил=π∙НК2= π∙32=9π см2  Рассмотрим ΔАНС: ∟АНС=90º, ∟НАС=α    ΔАНС подобен ΔВКС k=2    Vцил= Sосн.цил∙ОН=  Ответ: Vцил== |
|  |  | Дано: SABCD – правильная пирамида SA1=SA, SB1=SB, SC1=SC, SD1=SD  Найти:  Решение: SA1=SA, SB1=SB => A1B1- средняя линия => ΔSAB и ΔSA1B1 – подобны k=2 => =>  ABCD и A1B1C1D1 – квадраты AB=2A1B1    Правильные пирамиды SA1B1C1D1 и HA1B1C1D1 равны т. к. общее основание и SK=HK    Ответ: |

**Дополнительные задачи**

**Задачи по теме: “Комбинации многогранников”**

1. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб, так что плоскость одной грани совпадает с плоскостью основания пирамиды. Вычислите ребро куба, если известно. Что сторона основания пирамиды равна *а*, высота пирамиды—2*а* (№383) [[1]](#footnote-1).
2. Две правильные четырехугольные пирамиды имеют общее основание. Вершина одной из них совпадет с серединой высоты другой. Вычислите отношение площадей боковых поверхностей этих пирамид. Если известно, что ребра внутренней пирамиды равны между собой (№385).
3. Два правильных тетраэдра имеют общую высоту. Вершина одного из них совпадает с центром основания другого и наоборот боковые ребра одного пересекают боковые ребра другого. Сделайте чертеж и выясните, какой многогранник получиться в пересечении тетраэдров (№389).
4. Куб разрезан на n3 кубиков, равных между собой. Во сколько раз общая площадь поверхности этих кубиков больше площади поверхности исходного куба? (№392).
5. В плоскости грани ASВ правильной треугольной пирамиды SABC проведен отрезок MN, параллельный ребру SB, концы которого принадлежат соответственно ребрам SA и AB. В грани ASC проведен отрезок KL, параллельный ребру AC, концы которого принадлежат соответственно ребрам SA и SC. Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC, если ,  (С4\* вариант\_10) [[2]](#footnote-2).
6. В правильной треугольной пирамиде SABC точки К, N принадлежат ребру SA, точка М – ребру SB, а точка L принадлежит ребру SC, причем AK=KN=NS, SM:MB=1:3, SL:LC=2:1. Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC (С4\* вариант 1).
7. В правильной треугольной пирамиде SABC точка К принадлежит ребру SC, точка М – ребру SB, точка N принадлежит ребру AB, а точка L – ребру ВС. Известно, что ВМ=MS, BN=NA, , . Найдите отношение объема пирамиды KLMN к объему пирамиды SABC (С4\* вариант 7).

**Задачи по теме: “Комбинации тел вращения”**

1. В сферу вписан конус высоты H. Объем конуса равен 1/4 объема шара. Найдите объем шара (№496).
2. Уместятся ли в шаре радиуса 3: а) три шара радиуса 1; б) четыре шара радиуса 1? (№472).
3. Около шара описан конус. Докажите, что объемы пропорциональны площадям поверхности (№480).
4. Докажите, что радиус шара, вписанного в усеченный конус, есть среднее геометрическое радиусов оснований этого конуса(№481).

**Задачи по теме: “Комбинации многогранников и тел вращения”**

1. Докажите, что если в правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны между собой, то центр сферы описанной вокруг пирамиды, лежит в плоскости основания (№493).
2. Радиус сферы равен R. Найдите площадь полной поверхности: а) вписанного куба; б) вписанного правильного тетраэдра (№494).
3. Вокруг шара описана правильная треугольная пирамида, стороны оснований которой 12 и 6. Найдите площадь поверхности этой пирамиды (№510).
4. Найдите объем цилиндра, описанного вокруг правильного тетраэдра с ребром *а* так, что два противоположных ребра тетраэдра являются диаметрами оснований цилиндра (№505).

1. Задачи по геометрии 7-11. Ходот и др [↑](#footnote-ref-1)
2. ЕГЭ Математика 2007. Типовые тестовые задания [↑](#footnote-ref-2)