ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

8 класс

**Цель изучения**

1 Познакомить учащихся с основными этапами жизни и деятельности Пифагора.

2 Познакомить учащихся с разными формулировками и доказательством теоремы Пифагора.

3 Научить применению теоремы Пифагора к решению задач.

**Результат**

Знать зависимость между сторонами прямоугольного треугольника.

Уметь доказывать теорему Пифагора.

Уметь применять теорему Пифагора для решения задач.

**План урока**

1 Организационный момент.

1 Актуализация знаний.

3 Сообщение учащегося о жизни Пифагора Самосского.

4 Историческая справка о теореме Пифагора.

5 Работа над теоремой.

6 Решение задач с применением теоремы.

7 Подведение итога урока.

8 Домашнее задание.

**Оборудование**

Чертежные инструменты.

Портрет Пифагора.

Стенд с различными доказательствами теоремы Пифагора.

Рисунки к устным задачам.

**Ход урока**

Сегодня на уроке мы приступает к изучению одной из важнейших теорем геометрии – теоремы Пифагора. Она является основой решения множества геометрических задач и базой изучения теоретического материала в дальнейшем. Докажем эту теорему и решим несколько задач с её применением, но сначала послушаем рассказ о математике, именем которого она названа.

(Небольшой доклад ученика о жизни Пифагора)

**Из истории вопроса**

Строго говоря, хоть теорема и называется «теоремой Пифагора», сам Пифагор ее не открывал. Прямоугольный треугольник и его особенные свойства изучались задолго до него. Есть две полярных точки зрения на этот вопрос. По одной версии Пифагор первым нашел полноценное доказательство теоремы. По другой доказательство не принадлежит авторству Пифагора.

Сегодня уже не проверишь, кто прав, а кто заблуждается. Известно лишь, что доказательства Пифагора, если оно когда-либо существовало, не сохранилось. Впрочем, высказываются предположения, что знаменитое доказательство из «Начал» Евклида может принадлежать как раз Пифагору, и Евклид его только зафиксировал.

Также сегодня известно, что задачи о прямоугольном треугольнике встречаются в египетских источниках времен фараона Аменемхета I, на вавилонских глиняных табличках периода правления царя Хаммурапи, в древнеиндийском трактате «Сульва сутра» и древнекитайском сочинении «Чжоу-би суань цзинь».

Как видите, теорема Пифагора занимала умы математиков с древнейших времен. Подтверждением служит и около 367 разнообразных доказательств, существующих сегодня. В этом с ней не может тягаться ни одна другая теорема. Среди знаменитых авторов доказательств можно вспомнить Леонардо да Винчи и двадцатого президента США Джеймса Гарфилда. Все это говорит о чрезвычайной важности этой теоремы для математики: из нее выводится или так или иначе с нею связано большинство теорем геометрии.

**В современных учебниках теорема сформулирована так: "В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов".**

— Как записать теорему Пифагора для прямоугольного треугольника АВС с катетами а, b и гипотенузой с (рис. 1)?

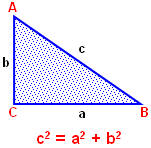


Рис. 1

Предполагают, что во времена Пифагора теорема звучала по-другому: "Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах". Действительно, с2 – площадь квадрата, построенного на гипотенузе, а2 и b2 – площади квадратов, построенных на катетах (рис. 1а).

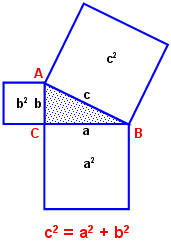


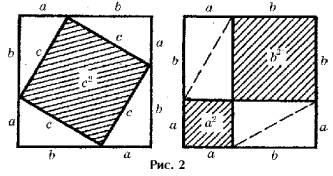
Рис. 1а

А сейчас докажем теорему Пифагора в современной формулировке.

Т е о р е м а. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

(рисунок приготовить заранее на доске или плакате, можно слайдом в презентации)

На рис. 2 изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна a + b. Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами a, b, то останутся равные площади, т. е. c2 = a2 + b2. Впрочем, древние индусы, которым принадлежит это рассуждение, обычно не записывали его, а сопровождали чертеж лишь одним словом: «смотри!» Вполне возможно, что такое же доказательство предложил и Пифагор.



Далее рассмотреть доказательство, приведенное в учебнике

Решим устно несколько задач по готовым чертежам.

(Задачи можно собрать в презентацию)

З а д а ч а №1

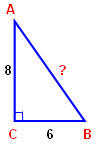


Рис. 3

Р е ш е н и е

Δ АВС – прямоугольный с гипотенузой АВ,

по теореме Пифагора: АВ2 = АС2 + ВС2,

АВ2 = 82 + 62,

АВ2 = 64 + 36,

АВ2 = 100,

АВ = 10.

О т в е т:  
АВ = 10

З а м е ч а н и е. Из курса алгебры известно, что уравнение АВ2 = 100 имеет два корня: АВ = ± 10. АВ = – 10 не удовлетворяет условию задачи, так как длина стороны треугольника всегда положительна. Значит, АВ = 10.   
Давайте договоримся, что в дальнейшем, при решении уравнений в подобных задачах, будем ограничиваться только положительными корнями, и каждый раз не будем пояснять, почему отрицательные корни отбрасываются.

З а д а ч а №2

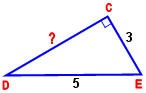


Рис. 4

Р е ш е н и е

Δ DCE – прямоугольный с гипотенузой DE (рис. 4),

по теореме Пифагора: DE2 = DС2 + CE2,

DC2 = DE2 – CE2,

DC2 = 52 – 32,

DC2 = 25 – 9,

DC2 = 16,

DC = 4.

О т в е т:  
DC = 4

Получили прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5 ед. Это единственный прямоугольный треугольник, стороны которого равны трём последовательным натуральным числам. Его часто называют египетским треугольником, так как он был известен ещё древним египтянам. Они использовали этот треугольник в "правиле верёвки" для построения прямых углов при закладке зданий, храмов, алтарей… Об этом вы прочитаете дома в п. 64 и в материалах "раскладушки".

З а д а ч а №3

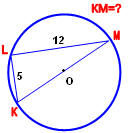


Рис. 5

Р е ш е н и е

Δ KLM вписан в окружность и опирается на диаметр KM (рис. 5). Так как вписанные углы, опирающиеся на диаметр, – прямые, то угол KLM – прямой. Значит, Δ KLM – прямоугольный. По теореме Пифагора для прямоугольного треугольника KLM с гипотенузой КМ:

KM2 = KL2 + KM2,

KM2 = 52 + 122,

KM2 = 169,

KM = 13.

О т в е т:  
KM = 13

А теперь письменно решим следующую задачу.

З а д а ч а №4

Высота, опущенная из вершины В Δ АВС, делит сторону АС на отрезки, равные 16 см и 9 см.

Найдите сторону ВС, если сторона АВ равна 20 см (рис. 6).

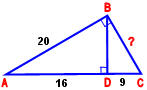


Рис. 6

Д а н о:

Δ АВС, BD – высота,

АВ = 20 см, AD = 16 см, DC = 9 см.

Н а й т и: ВС.

Р е ш е н и е

1) По условию задачи BD – высота, значит, Δ ABD и Δ CBD – прямоугольные.

2) По теореме Пифагора для Δ ABD: АВ2 = AD2 + BD2, отсюда

BD2 = AB2 – AD2,

BD2 = 202 – 162,

BD2 = 400 – 256,

BD2 = 144,

BD = 12.

3) По теореме Пифагора для Δ СBD: ВС2 = ВD2 + DС2, отсюда

BC2 = 122 + 92,

BC2 = 144 + 81,

BC2 = 225,

BC = 15.

О т в е т: сторона BC равна 15 см.

З а м е ч а н и е. На втором этапе решения достаточно было найти BD2 и подставить его значение в равенство ВС2 = ВD2 + DС2.

Итак, сегодня на уроке мы познакомились с одной из главных теорем геометрии – теоремой Пифагора и её доказательством, с некоторыми сведениями из жизни учёного, имя которого она носит, решили несколько простейших задач.

Значение теоремы Пифагора состоит в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии и решить множество задач. К следующему уроку вы должны выучить теорему Пифагора с доказательством, так как мы будем учиться применять её к решению более сложных задач.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| В конце девятнадцатого века высказывались разнообразные предположения о существовании обитателей Марса подобных человеку, это явилось следствием открытий итальянского астронома Скиапарелли (открыл на Марсе каналы которые долгое время считались искусственными) и др. |  |
| Естественно, что вопрос о том, можно ли с помощью световых сигналов объясняться с этими гипотетическими существами, вызвал оживленную дискуссию. Парижской академией наук была даже установлена премия в 100000 франков тому, кто первый установит связь с каким-нибудь обитателем другого небесного тела; эта премия все еще ждет счастливца. В шутку, хотя и не совсем безосновательно, было решено передать обитателям Марса сигнал в виде теоремы Пифагора.  Неизвестно, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал. | |

Запишите домашнее задание: выучить материалы п. 54, ответить на контрольный вопрос № 8 с. 134, решить задачи № 483а,б, №.485 а,б

**В качестве дополнительного материала** можно предложить ответить на вопрос, почему теорему Пифагора еще называли «теоремой невесты» или решить задачу Египтян.

У египтян была известна задача о лотосе. "На глубине 12 футов растет лотос с 13-футовым стеблем. Определите, на какое расстояние цветок может отклониться от вертикали, проходящей через точку крепления стебля ко дну".

ЛИТЕРАТУРА

1 Акимова С. Занимательная математика, серия "Нескучный учебник". – Санкт-Петербург. : "Тригон", 1997.

2 Волошников А.В. Пифагор: союз истины, добра и красоты. – М.: Просвещение, 1993.

3 Геометрия, 7-9: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 12-е изд. – М. : Просвещение, 2002.

4 Глейзер Г.И. История математики в школе. – М.: Просвещение, 1981.

5 Еленьский Ш. По следам Пифагора. М., 1961.