[2], вариант 9

Около треугольника ABC описана окружность с центром O, угол AOC равен 60°. В треугольник ABC вписана окружность с центром M. Найти угол AMC.

Решение. Прежде чем строить чертеж, обратим внимание на то, что центральный угол AOC равен 60°, стало быть, треугольник AOC равносторонний. Можно подготовку чертежа с этого и начать. Нарисовать правильный треугольник и провести окружность, центр которой расположен в одной из вершин, а две другие — на окружности. А можно начать с окружности и изобразить в ней равносторонний треугольник.

Выберем как-либо точку B на окружности и соединим ее с A и C. В полученном треугольнике угол ABC равен 30° как вписанный, опирающийся на ту же дугу, что и центральный угол AOC. Отметим центр M вписанной в $\triangle ABC$ окружности как точку пересечения биссектрис. Из M опустим перпендикуляры MD и ME на стороны (рис. 1).

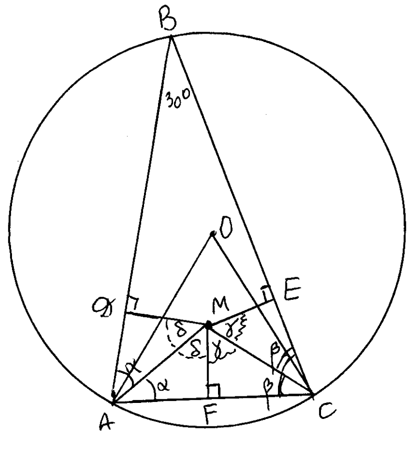

Рис. 1.

Какие особенности рекомендуется отмечать в первую очередь в связи с вписанной в треугольник окружностью? Наличие касания из разных точек, приводящее к трем парам равных между собой треугольников, наличию попарно равных отрезков и углов. Обычно равные величины рекомендуется обозначать одной буквой, и так как нас здесь будут интересовать углы, дадим им краткие обозначения, как на рис. 1.

Какие особенности можно отметить на основе данных? Конечно, в первую очередь касание, а также наличие одного из углов, а именно $\angle ABC = 30^\circ$. Вместе с касанием из этого можно получить, что

$\angle DME = 150^\circ$. Следовательно, $2\delta + 2\gamma = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$, стало быть искомый угол, равный $\delta + \gamma$, равен 105°.

Мы взяли точку M на большей из дуг с концами в A и C. Однако она может быть и на меньшей из этих дуг. Ясно, что этот случай рассматривается аналогично, и мы ограничимся сообщением соответствующего результата: 165°.