**Уршельская средняя школа**

**НОВАЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ЛИНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.**

**(СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ : ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, СТАТИСТИКА,КОМБИНАТОРИКА)**

**ВЫПОЛНИЛА: КРУГЛОВА О.Н.**

**2011г.**

**Содержание**

**1.Введение**

**2. Анализ учебно-методической литературы по теме исследования.**

**1). Инструктивные письма .**

**2). Анализ статей из журналов «Математика в школе» .**

**3). Анализ вероятностно-статистической линии** **в учебной литературе .**

**3. О подготовке учителей к обучению школьников стохастике .**

**4. О введение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы.**

**5. Заключение.**

***1.Введение.***

В настоящее время никто не подвергает сомнению необходимость включения стохастической линии в школьный курс математики. О необходимости изучения в школе элементов теории вероятностей и статистики речь идет очень давно. Ведь именно изучение и осмысление теории вероятностей и статистических проблем особенно нужно в нашем перенасыщенном информацией мире. Но внедрение стохастической линии в школьный курс столкнулось с некоторыми трудностями, в первую очередь, это методическая неподготовленность учителей и отсутствие единой методики и школьных учебников.

Современная концепция школьного математического образования ориентирована, прежде всего, на учет индивидуальности ребенка, его интересов и склонностей. Этим определяются критерии отбора содержания, разработка и внедрение новых, интерактивных методик преподавания, изменения в требованиях к математической подготовке ученика. И с этой точки зрения, когда речь идет не только об обучении математике, но и формировании личности с помощью математики, необходимость развития у всех школьников вероятностной интуиции и статистического мышления становится насущной задачей. Причем речь сегодня идет об изучении вероятностно-статистического материала в обязательном основном школьном курсе «математике для всех» в рамках самостоятельной содержательно-методической линии на протяжении всех лет обучения.

Исследования психологов (Ж.Пиаже, Е.Фишбейн) показывают, что человек изначально плохо приспособлен к вероятностной оценке, к осознанию и верной интерпретации вероятностно-статистической информации. Работы психологов утверждают, что наиболее благоприятен для формирования вероятностных представлений возраст 10-13 лет (это 5-7 классы). Экспериментальная работа в 5 и 6 классах по пропедевтике вероятностных представлений, проведению экспериментов со случайными исходами и обсуждению на качественном уровне их результатов показало, что этот не закрепленный формальными «обязательными результатами» период дает хорошее развитие вероятностной интуиции и статистических представлений детей.

Согласно данным ученых-физиологов и психологов в среднем звене школы заметно падение интереса к процессу обучения в целом и к математике в частности. На уроке математики в основной школе, в пятых-девятых классах, проводимых по привычной схеме и на традиционном материале, у ученика зачастую создается ощущение непроницаемой стены между изучаемыми объектами и окружающим миром. Именно вероятностно-статистическая линия, или, как ее стали называть в последнее время, - стохастическая линия, изучение которой невозможно без опоры на процессы, наблюдаемые в окружающем мире, на реальный жизненный опыт ребенка, способна содействовать возвращению интереса к самому предмету «математика», пропаганде его значимости и универсальности.

Знакомство школьников с очень своеобразной областью математики, где между черным и белым существует целый спектр цветов и оттенков, возможностей и вариантов, а между однозначными «да» и «нет» существует еще и «быть может» (причем это «может быть» поддается строгой количественной оценке), способствует устранению укоренившегося ощущения, что происходящее на

уроке математики никак не связано с окружающим миром, с повседневной жизнью. Учащиеся видят непосредственную связь математики с окружающей действительностью, реальной жизнью.

Цель работы: на основе исследований, сделать выводы о возможности введения стохастической линии в основную школу.

Исходя из этого можно выделить следующие задачи, реализация которых позволяет достичь поставленную цель.

· Необходимо определить содержание материала по каждому из направлений: комбинаторика, статистика, теория вероятностей.

· Проанализировать связи между этими направлениями и определить последовательность или параллельность их изучения.

Для реализации данных задач используются следующие средства.

· Изучение школьных учебников, статей, психолого-педагогической и методической литературы по данной теме.

· Изучение стандартов образования по данной теме.

· Анализ школьных учебников, выявление преимущества тех или иных учебных пособий.

· Изучение имеющегося опыта преподавания в школе данной темы.

**2. Анализ учебно-методической литературы по теме исследования.**

**1). Инструктивные письма.**

Один из важнейших аспектов модернизации содержания математического образования состоит во включении в школьные программы элементов статистики и теории вероятностей. Это обусловлено ролью, которую играют вероятностно-статистические знания в общеобразовательной подготовке современного человека. Без минимальной вероятностно-статистической грамотности трудно адекватно воспринимать социальную, политическую, экономическую информацию и принимать на ее основе обоснованные решения.

Изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в основной школе станет обязательным после утверждения федерального компонента государственного стандарта общего образования. Но в связи с тем, что внедрение в практику работы этого нового материала требует нескольких лет и нуждается в накоплении методического опыта, Министерство образования РФ рекомендовало образовательным учреждениям начать преподавать курс «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей» в основной школе с 2003/2004 учебного года.

При этом предлагается ориентироваться на следующее содержание:

· Решение комбинаторных задач: перебор вариантов, подсчет числа вариантов с помощью правила умножения.

· Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Диаграммы Эйлера. Средние результаты измерений.

· Понятие и примеры случайных событий. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

Перечисленный круг вопросов представляет собой некоторый минимум, доступный учащимся основной школы и достаточный для формирования у них первоначальных вероятностно-статистических представлений.

Государственным стандартом образования предусмотрен обязательный минимум, и изложены основные требования к уровню подготовки выпускников.

Для основного общего образования, по теме - Элементы логики, комбинаторика, статистика и теория вероятностей на данный момент установлен следующий обязательный минимум:

Множества и комбинаторика. Множества, элементы множества. Подмножества. Объединение и пресечение множеств. Диаграммы Эйлера. Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило умножения.

Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результаты измерений. Понятие о статистическом выводе на основе выборки. Понятие и примеры случайных событий.

Вероятность. Частота событий, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

Требования к уровню подготовки выпускника:

В результате изучения математики ученик должен знать и понимать вероятностный характер многих закономерностей окружающего мира, примеры статистических закономерностей и выводов.

В результате изучения элементов логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей учащийся должен уметь:

· Извлекать информацию представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; составлять таблицы, строить диаграммы и графики.

· Решать комбинаторные задачи путем систематического перебора возможных вариантов, а также с использованием правила умножения.

· Вычислять среднее значения результатов измерений

· Находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные

· Находить вероятность случайных событий в простейших ситуациях.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

· Анализа реальных числовых данных, представление в виде диаграмм, графиков, таблиц

· Решение учебных и практических задач, требующих систематического перебора вариантов

· Сравнение шансов наступления случайных событий, оценка вероятности случайного события в практических ситуациях, сопоставление модели с реальной ситуацией

· Понимание статистических утверждений

***2). Анализ статей из журналов «Математика в школе».***

Журналы «Математика в школе» содержат ряд статей, в которых рассматриваются различные вопросы по данной теме.

О необходимости изучения в школе элементов теории вероятностей и статистики речь идет очень давно. И авторы многих статей говорят о необходимости введения стохастической линии в основную школу.

Бунимович Е.А в защиту этой необходимости приводит следующие аргументы:

1. Социально-экономическая ситуация.

«Нужно научить детей жить в вероятностной ситуации. То есть нужно научить их извлекать, анализировать и обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения в разнообразных ситуациях со случайными исходами. Ориентация на многовариантность возможного развития реальных ситуаций и событий, на формирование личности, способной жить и работать в сложном, постоянно меняющемся мире, с неизбежностью требует развития вероятностно-статистического мышления у подрастающего поколения».

2. Универсальность вероятностных законов.

«Они стали основой описания научной картины мира. Современная физика, химия, биология, демография, социология, лингвистика, философия, весь комплекс социально-экономических наук построен и развивается на вероятностно-статистической базе.

Подросток в своей жизни ежедневно сталкивается с вероятностными ситуациями. Игра и азарт составляют существенную часть жизни ребенка. Круг вопросов, связанных с соотношениями понятий «вероятность» и «достоверность», проблема выбора наилучшего из нескольких вариантов решения, оценка степени риска и шансов на успех, представление о справедливости и несправедливости в играх и в реальных жизненных коллизиях - все это, несомненно, находится в сфере реальных интересов подростка».

3. Развивающая роль стохастики.

«Преподавание любого раздела математики благотворно сказывается на умственном развитии учащихся, поскольку прививает им навыки ясного логического мышления, оперирующего четко определенными понятиями. Все сказанное в полной мере относится и к преподаванию теории вероятностей, но обучение «законам случая» играет несколько большую роль и выходит за рамки обычного. Слушая курс теории вероятностей, учащийся познает, как применять приемы логического мышления в тех случаях, когда приходится иметь дело с неопределенностью (а такие случаи возникают на практике почти всегда)».

4. Прикладной характер законов теории вероятностей.

«Выводы теории вероятностей находят применение в повседневной жизни, науке, технике и т.д. В повседневной жизни нам постоянно приходится сталкиваться со случайностью, и теория вероятностей учит нас, как действовать рационально с учетом риска, связанного с принятием отдельных решений. Хорошим примером применения теории вероятностей в повседневной жизни может служить выбор наиболее целесообразной формы страхования. При планировании, например, семейного бюджета зачастую приходится оценивать расходы, носящие в известной мере случайный характер. Знакомство на том или ином уровне с законами случая необходимо каждому. Применение теории вероятностей в науке, технике, экономике и т.д. приобретает все возрастающее значение. Именно поэтому у все большего числа людей в процессе работы возникает необходимость в изучении теории вероятностей. Современный образованный человек независимо от профессии и рода занятий должен быть знаком с простейшими понятиями теории вероятностей. В наши дни, когда прогноз погоды содержит сообщение о вероятности дождя на завтра, каждый должен знать что собственно это означает».

5. Взаимосвязь математики с действительностью.

Помимо значения обучения элементам стохастики, не меньше внимания уделено вопросам о том, что именно и каким образом изучать школьникам.

Возникает много вопросов о содержании, методах, средствах. Разные статьи предлагают различные методические рекомендации.

Бунимович Е.А. делает следующие методические рекомендации при рассмотрении некоторых вопросов теории вероятностей.

«На первом этапе обучения можно отметить, что события достоверные и невозможные лучше не относить к случайным событиям. Опыт преподавания данного материала показал, что школьникам 10-12 лет трудно считать случайными те события, которые происходят всегда, либо не происходят никогда. Понятие случайного события соответственно уточняется на более поздних ступенях обучения. Чтобы доказать, что данное событие - случайное, предлагается привести пример такого исхода, когда событие происходит, и пример такого исхода, когда оно не происходит.

Необходимо развить у учащихся понимание степени случайности различных явлений и событий. Качественная оценка вероятности события приводит к тому, что при обсуждении в классе на один и тот же вопрос может быть дано несколько разных ответов, которые могут считаться верными, что непривычно на уроке математики и для ученика и для учителя. Например, при обсуждении вероятности наступления события «вам подарят на день рождения собаку» ученики в зависимости от личных обстоятельств могут дать ответы:

«это маловероятное событие»,

«это очень возможное событие»,

«это достоверное событие».

При решении таких задач главное - приводимая аргументация, понимание школьником смысла используемых понятий. Если аргументация вполне логична и разумна, ответ следует считать верным».

О формировании первоначальных стохастических представлений в своей статье говорит Селютин В.Д.

«5-6 классы являются подготовительным этапом, перед изучением стохастики, здесь идет процесс «интуитивных накоплений». Как же следует организовать этот процесс? Прежде всего, путем эксперимента, проводимого самими учащимися. Как утверждает А.Плоцки, «из-за своей специфики стохастика может быть математикой, понимаемой каждым учеником как математика, открытая им самим». Одна из важнейших целей обучения школьников элементам стохастики состоит в целенаправленном развитии идеи о том, что в природе наличествуют статистические закономерности. Важно помочь учащимся правильно осознать реальную действительность, открыть для себя вероятностную природу окружающего мира, показать, что в мире случайностей можно не только хорошо ориентироваться, но и активно действовать.

С помощью каких же средств можно организовать формирование первоначальных стохастических представлений школьников? К таковым можно отнести: стохастические игры, эксперименты со случайными исходами, статистические исследования, мысленные статистические эксперименты и моделирование.

Для проведения экспериментов пока возможно использование подручных средств: кубики, пуговицы, кнопки, самодельные вертушки и т.п. С введением стохастической линии в основной курс средней школы, со временем должны появиться и минимальные наборы математического демонстрационного учебного оборудования».

Проводя эксперименты, учащиеся могут заметить, что те или иные события происходят чаще или реже, относительно других. Таким образом, можно перейти к понятию частоты, а затем и к статистическому определению вероятности.

При классическом подходе определение понятия вероятности для некоторых событий сводится к более простому понятию - равновозможности элементарных событий. А это понятие основано на интуитивном воображении человеком тех условий испытания, которые вроде достоверно определяют эту равновозможность. Но не каждое испытание поддается такому воображению. Например, не может быть и речи о равновозможных исходах испытания, состоящего в подбрасывании неправильной игральной кости, центр тяжести которой сознательно смещен с геометрического центра.

Из этого вытекает ограничение применения классической вероятности. Классическое определение вероятности «работает» лишь тогда, когда имеется конечное число равновозможных исходов. На практике мы часто встречаемся с ситуациями, где нет симметрии, предопределяющей равновозможность исходов. В таких случаях приходится определять вероятность частотным путем (статистическая вероятность) .

По обучению комбинаторике, тоже нет единого мнения.

В статье Ткачевой М.В. содержатся следующие замечания по обучению комбинаторике.

«На первом этапе при изучении комбинаторики следует выработать у учащихся умение составлять комбинаторные наборы и начать с самого простого - составление комбинаторных наборов методом непосредственного перебора. В возрасте 11-12 лет дети способны решать простейшие комбинаторные задачи на целенаправленный перебор небольшого числа элементов определенного множества и составлять всевозможные комбинации (с повторениями и без повторений) из 2-3 элементов. Операция перебора раскрывает идею комбинирования, служит основой для формирования комбинаторных понятий и хорошей подготовкой к выводу комбинаторных формул и закономерностей.

После того как учащиеся научаться составлять наборы из элементов заданного множества по заданному свойству, на первый план выходит задача по подсчету количества возможных наборов. Такие комбинаторные задачи решаются с помощью рассуждений, раскрывая принцип умножения. Но акцент нужно сделать не на формальном его применении, а на содержательных рассуждениях и понимании сути поставленного в задаче вопроса. Принцип умножения в дальнейшем используется для выведения формул.

Часто подсчет вариантов облегчают графы. Одним из видов графов является дерево возможных вариантов, которое является хорошей наглядной иллюстрацией правила умножения.

Таким образом, построение дерева возможных вариантов является одним из способов решения комбинаторных задач. Такая наглядность помогает лучше понять принципы составления наборов (помогает составлять и упорядочивать наборы). Но такую наглядность возможно использовать в задачах с небольшим количеством возможных вариантов, либо в задачах, для которых дерево возможных вариантов является правильным.

Методом перебора, принципа умножения и построение дерева возможных вариантов - это все методы, которые позволяют решать комбинаторные задачи без использования формул. Отсутствие формул при решении комбинаторных задач позволяет учащимся лучше понять суть решения, лучше освоить способы составления и подсчета возможных наборов. Уже после этого можно вывести или ввести некоторые формулы, которые учащийся должен применять осознанно и понимать принцип их действия».

Спорным остается вопрос и о введении основных комбинаторных понятий: сочетания, перестановки и размещения. Все ли вводить, нужно ли вводить их определения, или достаточно описания.

На данный момент можно говорить о наличии некоторого опыта по рассматриваемой теме. Так как этим вопросом занимаются уже давно, то естественно, что были предприняты некоторые попытки введения этого материала или хотя бы его элементов. Некоторые статьи содержат информацию о различных опытах и экспериментах по данным вопросам.

В статье Бунимовича Е.А. рассказывается об экспериментах проведенных автором на базе московской гимназии №710, ярославской гимназии №20 и калужской гимназии №2. В них исследовались вероятностные представления школьников старших профильных классов, которые еще не изучали вероятностный раздел. Результаты исследования показали, что даже хорошее знание и понимание других разделов математики само по себе не обеспечивает развития вероятностного мышления. Также опыт показал , что в возрасте начальных классов еще многое в представлениях ученика о мире недостаточно сформировано, не хватает и математического аппарата для объяснения представлений о вероятности. В то же время основы описательной статистики, таблицы и столбчатые диаграммы, а также основы комбинаторики возможно и даже необходимо вводить в курс начальной школы. А начинать изложение основ теории вероятности в старших классах - малоэффективно.

Ткачевой М.В., Васильковой Е.Н. и Чуваевой Т.В. был проведен эксперимент о готовности учащихся к изучению стохастики, результаты представлены в их статье. На основе проведенных экспериментов были сделаны следующие выводы. в 5 классе у детей достаточно высокий уровень комбинаторного мышления, а затем если в течение 6-7 классов его не развивать, то навыки решения комбинаторных задач существенно снижаются. Большинство учащихся 5-6 классов готовы к восприятию понятия вероятность в классическом и геометрическом истолковании. Желательно обучать детей 5-6 классов самостоятельному целенаправленному сбору информации о явлениях окружающей их жизни, подсчету данных в небольших выборках.

***3). Анализ вероятностно-статистической линии в учебной литературе.***

При введении любой новой темы, любого нового вопроса в основной курс школы встает проблема изложения данного вопроса в школьных учебниках.

К реализации нового содержания в действующих учебниках авторы подошли по-разному. В одних учебниках элементы стохастики включены в основное содержание отдельными параграфами. Авторы же других учебников издают новое содержание в форме вкладышей - дополнительных глав к своим пособиям.

Попытка построения вероятностно-статистической линии в базовом курсе математики основной школы предпринята в учебниках

*Под редакцией Г.В Дорофеева и И.Ф Шарыгина*

*«Математика5», «Математика6», «Математика7», «Математика8» и «Математика 9».*

*5 класс* начинается с комбинаторики, где на конкретных задачах и примерах рассматривается решение комбинаторных задач методом перебора возможных вариантов. Этот метод иллюстрируется с помощью построение дерева возможных вариантов. Примеры и задачи очень простые, позволяющие на этапе знакомства с комбинаторными задачами, усвоить принцип простого, упорядоченного перебора возможных вариантов.

В пункте «Случайные события» рассматривается понятие случайное событие, достоверные, невозможные и равновероятные события. Тут же приводятся реальные, понятные примеры, позволяющие учащимся лучше усвоить эти понятия.

В последней главе учебника рассматриваются таблицы и диаграммы (как способ представления информации). Учащихся учат пользоваться таблицей, извлекать из нее и анализировать необходимую информацию, также учат самих строить таблицы. В пятом классе рассматриваются столбчатые диаграммы, в одной из задач рассмотрена круговая диаграмма. Также рассматривается пункт «Опрос общественного мнения», где составление таблиц по данным опроса позволяет решить те или иные классные вопросы, возникающие в реальной жизни

*6 класс* начинаем с повторения таблиц и диаграмм. Повторяют уже изученные столбчатые диаграммы и более подробно рассматривают круговые (для представления соотношения между частями целого).

Далее идут 2 параграфа по комбинаторике: логика перебора и правило умножения. Здесь рассматриваются задачи, которые решаются уже известным им способом перебора и предлагается упростить его, используя, так называемое кодирование. Также рассматривается новый способ решения комбинаторных задач с помощью правила умножения.

Завершается учебник главой - «вероятность случайных событий». Учащимся предлагается провести ряд экспериментов, зафиксировав результаты в таблицах. После чего, используя полученные результаты, вводится понятие частота и вероятность случайных событий

*7 класс* начинается с рассмотрения основных статистических характеристик: среднее арифметическое, мода, размах, опять же с множеством примеров из жизни. В одном из параграфов снова обращаемся к решению комбинаторных задач, которые решаются с помощью рассуждений. Рассматриваются перестановки. И заключительная глава продолжает рассматривать вероятность и частоту случайных событий.

В *8 классе* сначала повторяются статистические характеристики, изученные в 7 классе, и вводится новая характеристика - медиана. Рассматриваются таблицы частот. Приводятся примеры, показывающие связь с практикой, описываются различные жизненные ситуации. В 8 классе вводится классическое определение вероятности, данное Лапласом.

Рассматриваются геометрические вероятности.

В учебнике *9 класса* рассматриваются статистические исследования, вводится определение статистики. В главе рассматриваются доступные учащимся примеры статистических исследований, в ходе которых используются полученные ранее знания о случайных экспериментах, способах представления данных и статистических характеристиках. Вводятся новые понятия выборка, репрезентативность, генеральная совокупность, ранжирование, объем выборки. Рассматривается новый способ графического представления результатов - полигоны. Вводятся понятия выборочной дисперсии и среднее квадратичное отклонение.

В учебнике рассматриваются 3 примера статистических исследований, это реальные примеры близкие школьнику. Это вопросы: «Как исследуют качество знаний школьников», «Удобно ли расположена школа?», «Куда пойти работать?». Учащийся видит применение знаний по статистике в реальных жизненных ситуациях.

Изучив, данный комплект учебников, можно отметить несколько моментов. Во-первых, курс рассчитан на 5- 9 классы, в то время, как большинство других учебных пособий предлагает рассматривать эти вопросы лишь с 7 по 9 классы. Во-вторых, что тоже отличает предложенный в этих учебниках курс от других, это параллельное изложение линий.

*Зубарева И.И., Мордкович А.Г. «Математика 5», «Математика 6».*

В *5 классе* последняя глава «введение в вероятность» содержит 2 параграфа. В одном параграфе рассматриваются достоверные, невозможные и случайные события. И даны задачи на определение характера события (достоверное, невозможное или случайное). Во втором параграфе рассматриваются комбинаторные задачи, решаемые методом перебора возможных вариантов.

В *6 классе* авторы знакомят с понятием вероятность. Даны упражнения на определение степени вероятности того или иного события, выполнять которые учащиеся должны с опорой на интуицию. В следующем пункте вводится классическое определение вероятности. Рассматриваются задачи, в которых для вычисления вероятности используют комбинаторное правило умножения.

По-моему мнению, рассматриваемые комбинаторные задачи, решаемые методом перебора возможных вариантов, взяты не совсем удачно. Для первого знакомства с задачами на перебор возможных вариантов лучше взять более простые задачи*.*

Еще одним недостатком, на мой взгляд, является то, что авторами вводится лишь классическое определение вероятности и абсолютно не рассматривается понятие частоты. А более логично и целесообразно вводить классическое определение на основе частотного.

Некоторые учебные комплекты пополнились дополнительными учебными пособиями, содержащими материал по стохастике.

*Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г.*

*«Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей».*

*Под редакцией Теляковского С.А.*

Это учебное пособие предназначено для учащихся 7-9 классов, оно дополняет учебники: Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. «Алгебра 7», «Алгебра 8», «Алгебра 9», под редакцией Теляковского С.А.

Книга состоит из четырех параграфов. В каждом пункте содержатся теоретические сведения и соответствующие упражнения. В конце пункта приводятся упражнения для повторения. К каждому параграфу даются дополнительные упражнения более высокого уровня сложности по сравнению с основными упражнениями.

В *7 классе* (§1) материал объединен в параграф «статистические характеристики», который знакомит с простейшими статистическими характеристиками (среднее арифметическое, мода, медиана, размах). Упражнения к параграфу можно разделить на 2 группы. Первую группу составляют задания на отыскание рассматриваемых характеристик и истолкование их практического смысла. Ко второй группе относятся задания, которые требуют не только знания определений изучаемых статистических характеристик, но и умений проводить необходимые рассуждения, использовать ранее введенный алгебраический аппарат.

Материал, изучаемый в *8 классе* (§2) также объединен в один параграф «Статистические исследования», где рассматриваются вопросы организации статистических исследований и наглядного представления статистической информации (таблицы частот). Сначала повторяются основные статистические характеристики. Вводятся новые понятия: интервальный ряд, сплошное и выборочное исследования, выборка, генеральная совокупность, репрезентативность. Знакомство с новыми видами наглядной интерпретации результатов статистических исследований - полигонами и гистограммами

Наибольший объем материала приходится на *9 класс.* Здесь есть 2 параграфа.

§3 «Элементы комбинаторики» содержит 4 пункта:

1. Примеры комбинаторных задач. На простых примерах демонстрируется решение комбинаторных задач методом перебора возможных вариантов. Этот метод иллюстрируется с помощью построение дерева возможных вариантов. Рассматривается правило умножения.

2. Перестановки. Вводится само понятие и формула подсчета перестановок.

3. Размещения. Понятие вводится на конкретном примере. Выводится формула числа размещений.

4. Сочетания. Понятие и формула числа сочетаний.

§4 «Начальные сведения из теории вероятностей».

Изложение материала начинается с рассмотрения эксперимента, после чего вводят понятие «случайное событие» и «относительная частота случайного события». Вводится статистическое и классическое определение вероятности. Параграф завершается пунктом «сложение и умножение вероятностей». Рассматриваются теоремы сложения и умножения вероятностей, вводятся связанные с ними понятия несовместные, противоположные, независимые события. Этот материал рассчитан на учащихся, проявляющих интерес и склонности к математике, и может быть использован для индивидуальной работы или на внеклассных занятиях с учащимися.

В данном пособии некоторые элементы вводятся таким же образом, как и в учебном комплекте Дорофеева. Но материал сокращен, за исключением комбинаторики, которая содержит больше и теории и практических упражнений. По моему мнению, комбинаторика и начальные сведения из теории вероятностей предлагается изучать слишком поздно. Как уже отмечалось выше, начинать обучать комбинаторике и формировать первые вероятностные представления лучше как можно раньше.

Методические рекомендации к данному учебнику даны в ряде статей Макарычева и Миндюка . А также некоторые критические замечания по данному учебному пособию содержатся в статье Студенецкой и Фадеевой , которая поможет не допустить ошибок при работе с данным учебником.

*Ткачева М.В.*

*«Элементы статистики и вероятность».*

Это учебное пособие для 7-9 классов и оно дополняет учебники Алимова Ш.А. «Алгебра 7,8,9».

1 Глава «Введение в комбинаторику» (7 класс) начинается с исторических комбинаторных задач о магических и латинских квадратах и другие. Затем рассматриваются пункт различные комбинации из трех элементов, где рассматриваются сочетания, перестановки и размещения, но вводить сами термины не обязательно. Рассматривается таблица подсчета вариантов, которая подводит к правилу умножения. Также рассматриваются графы, но лишь как средство подсчета возможных вариантов. Эта глава имеет и дополнительные параграфы - перестановки и разбиение на две группы, выдвижение гипотез.

2 Глава «Случайные события» (8 класс).

Сначала рассматриваются события: достоверные, невозможные, случайные, совместные и несовместные, равновозможные. В следующем пункте вводится сразу классическое определение вероятности, после чего рассматривается решение вероятностных задач с помощью комбинаторики. Дальше как дополнительный пункт рассматривается геометрическая вероятность. Вводится понятие противоположных событий и их вероятность. Понятие относительной частоты и статистическое определение вероятности вводится уже в конце главы. И завершается дополнительным пунктом - тактика игр.

3 глава «Случайные величины» (9 класс).

Вводятся понятия случайной величины - дискретной и непрерывной. Рассматриваются таблицы распределения значений случайной величины и его графическое представление (полигоны). Далее рассматриваются такие понятия как генеральная совокупность и выборка, мода, медиана, размах. А завершается глава дополнительными параграфами, в которых рассматриваются отклонение от среднего, дисперсия, среднее квадратичное отклонение и правило трех сигм

На мой взгляд, изложение некоторых вопросов в этом учебном пособии не совсем удачно. Во-первых, классическое определение вероятности вводится до того как рассматривается понятие частоты и статистическое определение вероятности, что, по моему мнению, как я уже отмечала не совсем логично. Во-вторых, в главе о случайных величинах с простейшими статистическими характеристиками знакомят уже в последнюю очередь, а ведь именно их учащийся может использовать при анализе статистической информации. В-третьих, в учебнике вообще мало внимания уделено работе со статистическими данными.

В конце учебника содержатся краткие методические рекомендации для учителя. Также методические рекомендации к первой главе данного учебного пособия можно найти в статье Ткачевой .

На данный момент одним из действующих учебников в школе является учебник Мордковича, к нему также имеются дополнительные главы для 7-9 классов:

*Мордкович А.Г., Семенов П.В.*

*«События, вероятности, статистическая обработка данных».*

Первые два параграфа посвящены комбинаторике. Начинается с рассмотрения простых комбинаторных задач, рассматривается таблица возможных вариантов, которая показывает принцип правила умножения. Затем рассматриваются деревья возможных вариантов и перестановки. После теоретического материала идут упражнения по каждому из подпунктов.

Следующий параграф - выбор нескольких элементов, в котором рассматриваются сочетания. Сначала выводится формула для 2-ух элементов, затем для трех, а потом общая для *п* элементов.

Третий параграф - случайные события и их вероятность. Вводится классическое определение вероятности.

Четвертый параграф посвящен статистике. Рассматривается группировка информации в виде таблиц. В этом разделе вводится много новых терминов, и авторы, оформили их в виде таблицы, где кроме определений идет еще и описание этих терминов. Дальше рассматривается таблица распределения и ее графическое представление (многоугольник распределений), нормальное распределение. Числовые характеристики выборки (среднее арифметическое, мода, медиана). Следующий пункт - экспериментальные данные и вероятности событий, в котором говорится о связи между вероятностью и экспериментальными статистическими данными, после чего вводится определение статистической вероятности.

И завершает учебник параграф, содержащий материал по следующим вопросам: схема Бернулли (при рассмотрении двух возможных исходов)., вычисление вероятности с помощью функции ц, закон больших чисел.

В этом учебном пособии очень мало внимания уделено теории вероятностей. Этот учебник напоминает учебник Ткачевой. В нем также первым делом вводится классическое определение вероятности, и уже намного позднее вводится статистическое определение, связанное с экспериментальными статистическими данными. Статистические характеристики вводятся для выборки, и после рассмотрения вопроса о распределении значений случайной величины. По комбинаторике материал изложен более удачно. замечания по данному учебному пособию содержатся в статье Студенецкой и Фадеевой .

*Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. и др.*

*«Теория вероятностей и статистика».*

Это пособие для учащихся 7-9 классов, в котором исследуемая линия реализуется в следующем порядке. Первые две главы посвящены таблицам и диаграммам. Рассматриваются статистические данные в таблицах, идет обучение работе с таблицами (поиск информации, вычисления в таблицах, занесение результатов подсчетов и измерений в таблицы). Рассматриваются столбиковая, круговая и диаграмма рассеивания.

В третьей главе кроме основных статистических характеристик вводятся также понятия: отклонения и дисперсии.

Четвертая глава - случайная изменчивость, содержит ряд примеров изменчивых величин (температура воздуха каждый день, рост или вес человека и т.п.). А затем в 5 главе переходим к изучению случайных событий и их вероятностей. Вероятность случайного события определяется здесь, как числовая мера его правдоподобия. После определения вероятности рассматривается частота и эксперименты с монетой и игральной костью. Дальше вероятностная линия продолжается, и рассматриваются элементарные события, их равновозможность, противоположные события, диаграммы Эйлера, объединения и пересечения событий, сложение и умножение вероятностей.

После этого идет блок комбинаторики, где рассматривается правило умножения, перестановки, сочетания, формулы числа перестановок и сочетаний, а затем с их помощью решаются задачи на вычисление вероятностей. В отдельных главах рассматриваются геометрические вероятности и испытания Бернулли (о двух возможных исходах).

Следующие несколько глав посвящены случайным величинам: примеры случайных величин, распределение вероятностей случайных величин, их числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия), случайные величины в статистике. Дается определение частоты, и теорема, утверждающая, что частота приближенно равна вероятности при большом числе опытов.

Приложение включает в себя вопросы: формула Бинома-Ньютона, треугольник Паскаля, также имеется несколько самостоятельных и контрольных работ, по предложенному материалу.

Плюсом данного пособия является то, что оно одно из немногих содержит пункты, в которых рассматриваются таблицы и диаграммы. Этот пункт необходим, так как именно таблицы и диаграммы учат учащихся представлению и первоначальному анализу данных.

Не мало внимания уделено случайным величинам и вероятностям, но, я считаю, что некоторые пункты можно рассматривать как дополнительные. А понятия дисперсии и математическое ожидание лучше перенести для изучения в старшие классы. Комбинаторные формулы в данном пособии рассматриваются, как средство для подсчета вероятности и даются после определения вероятности. Но основной целью изучения комбинаторики является развитие мышления, и ее нельзя рассматривать только как средство для подсчета вероятности.

*Бунимович Е.А., Булычев В.А.*

*«Вероятность и статистика. 5-9 классы».*

Начинается учебник с рассмотрения случайных событий и сравнения их вероятности (что вероятнее). Затем, опираясь на эксперимент, вводим понятие частоты (тут же рассматриваются таблицы частот и гистограммы). После чего идет пункт с названием «Куда стремятся частоты?», где вводим статистическое определение вероятности, а затем и классическое.

В пункте «вероятность и комбинаторика», рассматриваются правило умножения, правило вычитания и сочетания и их число. Все эти формулы используются для вычисления вероятности. А в пункте «точка тоже бывает случайной» речь идет о геометрическом определении вероятности.

В последнем пункте «сколько изюма в булке и сколько рыб в пруду?» рассматривается вопрос статистического оценивания и прогнозирования.

Я считаю, что в данном пособии удачным является введение понятия вероятности. Последовательность изложения вопросов по данной линии вполне логична.

Последний пункт имеет практическое значение, так как показывает практическую пользу из подсчета вероятности. Содержит ряд интересных задач, непосредственно связанных с реальной жизнью.

***3.*** ***О подготовке учителей к обучению школьников стохастике.***

Анализ учебно-методической литературы по теме исследования показывает, что введение вероятностно-статистического материала в базовый школьный курс математики породило немало проблем. К его появлению в школьном курсе оказались не готовы буквально все - от учителей до авторов школьных учебников.

Обладая одной из наиболее известных и признанных во всем мире академических школ теории вероятностей, мы до сих пор не имеем ни общей концепции преподавания этого раздела математики в школе, ни достаточного количества учебных пособий для школьников, содержащих соответствующий материал.

Остро встают проблемы методической готовности учителей к успешной реализации этой линии. Школьников нельзя ориентировать на вузовские варианты построения курса теории вероятностей. Вузовский материал должен быть переосмыслен и перенесен в школу. Учитель обязан владеть специфической методикой, направленной на развитие особого типа мышления и формирование особых, недетерминированных представлений у учащихся.

Курс теории вероятностей и математической статистики традиционно присутствовал в программах всех математических факультетов университетов и педагогических вузов, входил в обязательном порядке в подготовку инженеров, экономистов и т.д.

Если в высшей школе основной акцент делается на изучение математического аппарата для исследования вероятностных моделей, то в школе учащихся, прежде всего, необходимо ознакомить с процессом построения модели, учить их анализировать, проверять адекватность построенной модели реальным ситуациям, развивать вероятностную интуицию.

Вопрос о подготовке учителей рассмотрен в статье Селютина В.Д.

Одно из главных отличий школьного изучения стохастики состоит в тесной связи отвлеченных понятий и структур с окружающим миром. Поэтому математическая деятельность школьников не должна ограничиваться изучением только готовых вероятностных моделей. Напротив, процессы построения и истолкования моделей рассматриваются как ведущие формы ученической деятельности. Учитель призван правильно направлять такую деятельность, а для этого он сам должен владеть методами формализации и интерпретации. Выполнение учащимися заданий, связанных с принятием решений в реальных (в нематематических) ситуациях, играет здесь очень важную роль и требует умелого управления со стороны учителя.

Преподаватель должен владеть особой методологией с использованием специфических стохастических умозаключений. Владение искусством стохастических рассуждений - непременное условие успешной деятельности учителя математики. Нужен взгляд на стохастику не только как на систему понятий, фактов и утверждений, а как на специфическую методологию, охватывающую вероятностные и статистические умозаключения в их взаимосвязи. Анализ тех ситуаций, где для решаемой проблемы не оказывается однозначного или определенного ответа, не должен вызывать растерянности учителя. Нужно быть гибко мыслящим человеком, лишенным догматической веры в абсолютную истинность чужих выводов.

Особенность стохастических умозаключений проявляются, прежде всего, в ходе интерпретаций результатов решения математической задачи, возникшей на базе статистической информации. По этой причине во многих случаях одну и ту же статистическую информацию разные люди могут трактовать по-разному. Примером может служить следующая ситуация:

Владелец одного частного предприятия уволил большую часть рабочих, а оставшимся снизил зарплату на 20% (табл. №1). После этого он заявил, что средний заработок рабочих на его предприятии повысился. Так ли это?

Таблица №1.

|  |
| --- |
|  |
|  | Заработок до увольнения | Заработок после увольнения |  |
|  | 1000 р. | 400 р. | 800 р. | 320 р. |  |
| Число рабочих | 200 | 800 | 200 | 120 |  |
|  |  |  |  |  |  |

Если вычислить средние характеристики: моду, медиану и среднее арифметическое, то получим, что их значения после увольнения части рабочих будут больше, чем до увольнения. Но в данном случае, если внимательно посмотреть на таблицу, то можно заметить, что жизнь рабочих не улучшилась, а только ухудшилась, не говоря уже о тех, кто вообще потерял работу. Видимость повышения зарплаты создается из-за увольнения значительной части низкооплачиваемых рабочих. Здесь итоги решения математической задачи противоречат здравому смыслу. Математическая модель, как видно из данного примера, не всегда адекватна практической ситуации.

Выступая в качестве дирижера и помощника учащихся, учитель призван прививать им критическое отношение к статистическим выводам и обобщениям, умение правильно истолковать статистическую информацию, самостоятельно разоблачать различного рода фальсификации, кажущиеся на первый взгляд «правдоподобной» информацией.

Учитель должен глубоко понимать причины появления опасности принятия неправильных решений в ходе анализа явлений, происходящих под воздействием случая. Обманчивое впечатление, например, может возникать из-за неполноты статистической информации. Например, рассматривая сведения о числе женщин, занятых в промышленности и в системе образования, можно прийти к выводу, что женский труд преобладает в промышленности:

|  |
| --- |
|  |
| Где работают | В промышленности | В образовании |  |
| Число женщин | 129 483 | 41 769 |  |
|  |  |  |  |

Однако мнение меняется, после того, как дополнительно становится известным, что в образовании работает 57 218 человек, а в промышленности - 264 251 человек. В результате получается, что число женщин составляет примерно 73% от всех работников образования, и только примерно 49% от всех работников занятых в промышленности.

К неправильным или противоречивым выводам может привести также неадекватный выбор критериев, по которым интерпретируются статистические данные. Здесь примером может служить следующая ситуация: каждая из двух фирм по изготовлению обуви послала в некоторую африканскую страну своего агента для выяснения возможности продажи своей продукции. Агент первой фирмы телеграфировал: «прекрасный рынок для обуви - здесь 90% жителей не носят ботинок». Агент второй фирмы сообщил: «Для обуви здесь нет рынка - 90% жителей не носят ботинок».

Специфика стохастической линии требует от учителя умений так организовать математическую деятельность школьников, чтобы изучение понятий и методов происходило в форме открытия новых инструментов познания окружающего мира. При обучении стохастике создается благоприятная почва для эвристической деятельности учащихся. У педагогов появляется возможность использования новых, непривычных для уроков математики, подходов к обучению. Учитель, определяя уровень усвоения учениками тех или иных стохастических умений, может столкнуться со следующей трудностью: при решении задач учащемуся чаще приходится опираться на свой здравый смысл, а не действовать строго по алгоритму, поэтому ответы разных учащихся на один и тот же вопрос могут звучать по-разному. В данном случае задачей учителя является оценка «права на ошибку» учащегося, поскольку сама такая оценка носит вероятностный характер.

Следует учитывать, что дети с опережающими темпами общего развития раньше начинают самостоятельно осуществлять деятельность, связанную с проведением статистических экспериментов и исследований, организуют других ребят, раньше переходят от использования эмпирических характеристик к построению вероятностных моделей. Поэтому особое значение имеет разграничение уровня умений и навыков самостоятельного получения выводов об изучаемых явлениях.

Приступая к обучению школьников стохастике, учитель должен себе ясно представлять, чем обусловлена необходимость введения в школу новой содержательно-методической линии. Осознание учителем целей обучения стохастике в школе, видение их соотношений с общими целями обучения математике и места стохастики в ряду других тем, знание итоговых требований к стохастической подготовке учащихся составляют важнейший общезначимый компонент методической готовности учителя математики к реализации новой линии.

*4. О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы.*

# Письмо Минобразования России

*От 23 сентября 2003 г. № 03-93 ин/13-03*

Один из важнейших аспектов модернизации содержания математического образования состоит во включении в школьные программы элементов статистики и теории вероятностей. Это обусловлено ролью, которую играют вероятностно-статистические знания в общеобразовательной подготовке современного человека. Без минимальной вероятностно-статистической грамотности трудно адекватно воспринимать социальную, политическую, экономическую информацию и принимать на ее основе обоснованные решения. Современные физика, химия, биология, весь комплекс социально-экономических наук построены и развиваются на вероятностно-статистической базе, и без соответствующей подготовки невозможно полноценное изучение этих дисциплин уже в средней школе.

Изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в основной и старшей школе станет обязательным после утверждения федерального компонента государственного стандарта общего образования. Но в связи с тем, что внедрение в практику работы этого нового материала требует нескольких лет и нуждается в накоплении методического опыта Министерство образования Российской Федерации рекомендует образовательным учреждениям начинать его преподавание в основной школе с 2003/2004 учебного года. При этом предлагается ориентироваться на следующее содержание:

*Решение комбинаторных задач: перебор вариантов, подсчет числа вариантов с помощью правила умножения.*

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Диаграммы Эйлера. Средние результатов измерений.

Понятие и примеры случайных событий. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

Перечисленный круг вопросов представляет собой некоторый минимум, доступный учащимся средней школы, достаточный для формирования у них первоначальных вероятностно-статистических представлений.

Об этом свидетельствует опыт практического преподавания соответствующего материала во многих регионах Российской Федерации, например, в Москве, Санкт-Петербурге, Калуге, Орле, Туле, Калининграде, Архангельске, Волгограде, Хабаровске, Челябинской, Ярославской, Вологодской, Пермской, Омской областях, Республике Карелия, Чувашской Республике – Чувашии, Ханты-Мансийском автономном округе- Югре и др. В старшем звене эта линия получит дальнейшее развитие.

Для внедрения указанного содержания в практику созданы реальные условия. Имеется учебно-методическое обеспечение, позволяющее включить элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей в учебный процесс. Ряд учебников содержит соответствующий материал как органическую часть курса, к другим подготовлены специальные вкладыши. Помимо этого, есть публикации, раскрывающие методику преподавания названного материала как по конкретным учебникам, так и в общем плане.

Изучение комбинаторики, статистики и теории вероятностей целесообразно начать в 5-6 классах, или в 7 классе – в зависимости от системы изложения в учебнике, по которому ведется преподавание. Необходимое время может быть найдено за счет отказа от рассмотрения с учащимися вопросов, которые не входят в обязательный минимум содержания основной школы (корень степени *п*, степень с дробным показателем, метод интервалов, тригонометрический материал в курсе алгебры), но сохраняются в ряде учебников и в практике работы учителей.

Органам управления образованием субъектов Российской Федерации предлагается в течение 2003/2004 учебного года создать организационно-педагогические условия для введения новой содержательной линии в практику преподавания математики, в частности, организовать в учреждениях системы повышения квалификации работников образования подготовку учителей к преподаванию элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей. При разработке программ переподготовки можно ориентироваться на вариант, опубликованный в журнале «Математика в школе».

Минобразование России считает, что за ближайшие три года будет накоплен опыт преподавания элементов статистики и теории вероятностей и осуществлена переподготовка учителей. В этот период задания по вероятности и статистике не должны включаться в материалы для административного контроля. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей не будут входить и в материалы для итоговой аттестации выпускников основной школы.

*Первый заместитель Министр*

В.А. Болотов

***5. Заключение.***

Анализ учебной литературы по исследуемой теме показал, что разные авторы подошли к реализации нового содержания в учебниках по-разному. Я считаю, что более преемственен для школы учебник под редакцией Дорофеева , который, на мой взгляд, имеет преимущества.