**Реализация принципа практической направленности подготовки обучающихся на уроках математики в 5 – 9 классах**

**Учитель математики МБОУ г. Астрахани «Гимназия №3»**

**Белова Татьяна Александровна**

**Астрахань, 2013**

Жизнь похожа на урок математики. Как только вы решите одну задачу, учитель задает следующую.

Цель математического обучения школьников определяется регламентированным государственным стандартом среднего полного образования.

Основная задача, которая формулируется в этом стандарте, состоит в том, что современная школа должна подготовить к жизни выпускников школы. Это означает, что школьник в процессе обучения математике должен научиться применять приобретенные математические знания в **конкретных ситуациях.** Под конкретными ситуациями понимают такие ситуации, в которых человек может **действовать** в практической послешкольной жизни.

Многолетняя практика преподавания математики в 5 - 9 классах позволила установить, что обучающиеся испытывают трудности при решении практически значимых математических задач. Эти трудности состоят в неумении обучающихся анализировать конкретные ситуации в текстовых задачах,в неумении планировать последовательность действий для достижения результата целей математических задач,в неумении выстраивать план своих действий.

Об этом свидетельствует проведенный нами констатирующий эксперимент, суть которого заключается в следующем: учащимся предлагалось два типа заданий:

1. Составить математическую и графическую модель ситуаций. Пример задания: пшеницей засеяно в 4 раза больше га земли, чем просом. А площадь, засеянная рожью, в 3 раза меньше, чем площадь, занятая пшеницей. Сколько га земли отведено под каждую культуру, если рожью засеяно на 7 га больше, чем просом.
2. Составить план своих действий при выполнении задания.

Пример задания: вы – социолог. Вам необходимо выяснить, какой процент обучающихся из СШ№1 и СШ№14 посещают спортивные секции в спортивной школе №7.

Задания такого типа давали в разных классах. Участвовало в эксперименте 1020 учащихся.

Результаты эксперимента показали, что обучающиеся , изучающие математику более 5 лет не могут применять свои знания в жизненных ситуациях. Мы видим, что цели государственного стандарта не реализовываются.

**Данные международного исследования образовательных достижений.**

PISA – международная программа оценки знаний и умений учащихся. В рамках этой программы в 2003 году проводилось исследование, основной целью которого является получение ответа на следующий ключевой вопрос: имеет ли возможность выпускник основной школы приобрести знания и умения для того, чтобы вполне успешно функционировать в современном обществе? Главное внимание направлено на проверку владения общими математическими понятиями, идеями и умениями, которые выделялись как существенные для дальнейшей жизни. Вопрос был не в том, сколько школьник знает по математике, а в том, **насколько оперативно он сам выбирает нужный, иногда очень простой способ решения житейских,** т.е. значимых для человека задач с применением математических знаний.

**Приведем примеры задач.**

1. Мэри живет в двух километрах от школы, а Мартин в пяти. На каком расстоянии Мэри и Мартин живут друг от друга?

2. В некотором государстве национальный бюджет на оборону в 1980 году составил 30 млн. долл. Весь бюджет этого года равен 500 млн. В следующем году бюджет на оборону равен 35 млн., а весь бюджет – 605 млн. Инфляция за этот период составила 10%. Вас пригласили прочитать лекцию в военной академии. Вы намерены объяснить, что оборонный бюджет за это время увеличился. Объясните, как Вы это сделаете.

3. На графике показан средний рост девушек и юношей в Нидерландах в 1998 году. (Действительно, нарисованы графики двух функций, сопоставляющих каждому возрасту от 10 до 20 лет средний рост девушек и юношей такого возраста в некоторый момент 1998 года.) Вопрос: объясните, как можно по данному графику определить, что увеличение роста девушек в среднем замедляется после 12 лет.

Правильный ответ: никак. Этот график почти ничего не говорит о том, как росли все эти девушки до 1998 года и совершенно ничего не говорит о том, как они будут расти после. В частности, он ничего не говорит о том, когда замедлили свой рост те из них, с которыми это уже произошло, и когда замедлят те, которым это еще предстоит.

4. Три путника решили перебраться на противоположный берег реки. У них есть лодка, которая рассчитана на одного человека. Каким образом им удалось это сделать?

Правильный ответ: два путника находились с третьим на разных берегах реки.

В соответствии с принятой в исследовании 1000-балльной оценочной шкалой все задания по математике были разделены на 6 уровней сложности. В заданиях самого низкого 1-го уровня предлагалась относительно знакомая проблемная ситуация, требующая интерпретации несложного текста, прямого применения хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации. В заданиях, отвечающих средним уровням (3-му – 4-му) математической грамотности, от учащихся требовались интерпретация более сложной ситуации, построение цепочки рассуждений или выполнение последовательности вычислений, несложная аргументация выполненных действий. В заданиях, отвечающих более высоким уровням (5-му и 6-му) математической грамотности, требовалась интерпретация более сложной незнакомой ситуации. Соответственно необходимы были более сложные размышления, творческий подход для ее разрешения, самостоятельное составление математической модели предложенной ситуации, аргументация и создание соответствующего способа решения.

**Распределение (в %) учащихся России по уровням математической грамотности**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровни | 66-ой | 55-ый | 44-ый | 33-ий | 22-ой | 11-ый | Ниже 1-го |
| Учащиеся России | 11,6% | 55,4% | 113,2% | 223,1% | 226,4% | 118,8% | 111,4% |

Примечание: Оценка состояния математической грамотности ученика ниже 1-го уровня может означать не полную математическую безграмотность ученика, а неспособность успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях.

**Результаты решения российскими школьниками задач:**

Даже международное исследование подтвердило результаты проведенного нами констатирующего педагогического эксперимента.

Таким образом, **установлено противоречие** между необходимостью практической направленности подготовки обучающихся по математике и невозможностью реализации этой необходимости при существующей методике обучения математике.

Существование этого противоречия в настоящее время обуславливает **актуальность исследования.**

Это позволило нам сформулировать тему исследования: **«Реализация принципа практической направленности подготовки обучающихся на уроках математики в 5 – 9 классах».**

**Объектом исследования** является процесс обучения математике обучающихся в средней школе в современных условиях.

**Предметом исследования** является реализация принципа практической направленности подготовки обучающихся в процессе обучения математике.

**Область применения:** 5-9 классы.

**Теоретическая основа исследования.**

В качестве теоретической основы исследования взяты идеи психологов, основоположников деятельностного подхода (Н.Ф.Талызина, А.Н.Леонтьев и др.) о том, что каждый учебный предмет должен подготовить обучающихся к решению определенных типовых, практически значимых задач, которые должны войти в цели обучения.

На этой основе нами сформулированы: цели , гипотеза и задачи исследования.

**Цели исследования:**

1. Разработать содержание принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики.
2. Разработать методику реализации принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики.

**Гипотеза исследования:**

1. Содержание принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики на современном этапе можно сформулировать, если выделить типовые практически значимые задачи, решаемые человеком в жизни на основе математических знаний.
2. Принцип практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики будет реализован, если обучающиеся приобретут умения решать практически значимые задачи с использованием математических знаний.

**Цель исследования и проверка гипотезы потребовали решить следующие задачи:**

1. Конкретизировать содержание термина «типовая задача».
2. Выяснить, какие задачи решаются человеком в жизни с использованием математических знаний.
3. Выделить типы задач, решаемых человеком в жизни.
4. Выделить методы решения каждой типовой задачи в обобщенном виде.
5. Сформулировать содержание принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики через перечень типовых задач и методов их решения.
6. Разработать модель деятельности учителя по реализации принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики.
7. Разработать методику подготовки обучающихся к решению практически значимых задач к школьному курсу.
8. Экспериментально проверить работу модели деятельности учителя и методики обучения учащихся.

**Основное содержание работы.**

Под **типовой задачей** понимают – цель деятельности (часто повторяющуюся), данную в определенных условиях и требующую для своего достижения использования адекватных этим условиям средств. Поиск и применение этих средств (способов, действий, операций) составляют процесс решения задачи. Таким образом, типовая задача - это цель, которая многократно ставится человеком в определенных жизненных ситуациях.

**Исходная позиция исследования** - неопределенность содержания принципа практической направленности подготовки у обучающихся при изучении математики в настоящее время: не выделены умения, которые потребуются выпускникам школы в будущей практической деятельности.

Для конкретизации этих умений и методики формирования была найдена теоретическая идея, суть которой состоит в том, что каждый учебный предмет должен готовить обучаемых к решению определенных типовых задач.

Для выделения умений, которыми должны овладеть обучающиеся, чтобы быть готовыми к жизни, была проделана следующая работа:

1) проанализированы сферы деятельности 26 профессий и выделены около 45 профессиональных задач, которые обобщены в 4 основных типа, каждый из которых имеет 4 подтипа. Типы задач выделялись по конечному продукту;

2) проанализировано большое число бытовых задач, решаемых с использованием математических знаний, и установлено, что они тоже относятся к этим же типам;

3) выделены обобщенные методы решения задач каждого типа.

Проанализировав сферы деятельности 26 профессий, выделяем профессиональные задачи:

* **Педиатр**

Лечение простуды. Препарат «Найз» назначают 1,5 мг на 1 кг массы тела 2-3 раза в день. Максимальная суточная доза не должна превышать 5 мг на 1кг. Рассчитать дозировку препарата для ребенка весом 24кг. Известно, что одна таблетка – 50мг, тогда 24\*1,5=36мг. Препарат назначают 2 - 3 раза в день: 3\*36=108мг. Значит, в день надо давать всего 2 таблетки. Т.к. предельно допустимая норма препарата 5\*24=120мг в сутки.

* **Повар**

Гуляш из мяса с картофелем готовится в столовой. На 500г мяса необходимо: 1кг картофеля, 2 головки лука, 1ст.л. муки, 3ст.л. томата – пюре, 3ст.л. масла, 100г сметаны. У повара в наличии 3200г мяса. Сколько нужно взять других продуктов? Расчет ведется таким образом:

1. 3200 : 500 = 6,2 раза
2. 1 \* 6,2 = 6,2кг картофеля
3. 2 \* 6,2 = 12,4 головки лука
4. 1 \* 6,2 = 6,2ст.л.муки
5. 3 \* 6,2 = 18,6ст.л. томата
6. 3 \* 6,2 = 18,6ст.л. масла
7. 6,2 \* 100 = 620г сметаны.

* **Библиотекарь школьной библиотеки**

Необходимо закупить 100 учебников по математике по цене 120 руб. за 1шт. В одном магазине за 100 учебников делают скидку 20%.В другом за 50 учебников - 10%, а за остальные 50 – 25%. В каком магазине выгодней купить учебники?

В первом магазине:

1. 20% от 120( руб.): 0,2 \* 120 = 24(руб.)
2. 120 – 24 = 96( руб.) – стоимость одного учебника
3. 96 \* 100 = 9600(руб.) -стоимость всех учебников.

Во втором магазине:

1. 10% от 120( руб.): 0,1 \* 120 = 12( руб.)
2. 120 – 12 = 108( руб.) – один учебник из первых 50
3. 108 \* 50 = 5400( руб). за 50 учебников
4. 25% от 120( руб.): 0,25 \* 120 = 30 (руб.)
5. 120 – 30 = 90 (руб.) стоимость одного учебника
6. 90 \* 50 = 4500( руб.) за остальные 50 учебников
7. 5400 + 4500 = 9900( руб.) за все учебники

Ответ: в первом магазине купить учебники выгодней.

* **Домашняя хозяйка**

Для консервирования овощей необходимо 100г 10% уксуса. В доме имеется 70% раствор уксуса. Сколько нужно взять 70% раствора уксуса и сколько нужно взять воды? Составим таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Растворы | Вес раствора | % содержание уксуса | Вес уксуса |
| 1 раствор (вода) | Хг | 0 | 0 |
| 2 раствор | Уг | 70 | 0,7 \* У |
| смесь | 100г | 10 | 10г |

0,7 \* У = 10

У = 10 : 0,7

У = 14,3 (г.) – это почти ст.л. 70% раствора уксуса, т.к. 1ст.л. = 15г.

Тогда воды надо взять: 100 – 14,3 = 85,7г.

* **Водитель автомобильного транспорта**

Водитель автобуса «Астрахань – Газпром» везет рабочих. Скорость движения автобуса 42км/ч. Через 20минут после начала движения автобус попал в пробку, что задержало его на 15 минут. Сможет ли автобус прибыть вовремя, учитывая, что на дорогу по плану водитель тратит один час (допустимая скорость на дороге 60км/ч)?

1. За 20 минут (1/3 часа) автобус проехал 42: 3 = 14 (км)
2. Осталось 60 – 20 – 15 = 25( мин).
3. За 25 минут он должен проехать 42 – 14 = 28( км) = 28000 (м)
4. Найдем скорость, с которой должен ехать автобус:

28000: 25 = 1120( м/мин )= 1,12( км/мин )= 1,12 \* 60 = 67,2 (км/ч) – недопустимая по правилам скорость движения.

1. Если автобус будет ехать со скоростью 60 км/ч, то узнаем, на сколько минут он опоздает: 60 \* (25/60) = 25( км)
2. 28 – 25 = 3( км) не успеет прийти вовремя .
3. 3: 60 = 1/20( ч )= 60/20 (мин) = 3 (мин)

Значит, автобус опоздает минимум на 3 минуты.

* **Фермер**

В хозяйстве у фермера 60 га земли. 24% земли необходимо засеять овсом, 35% - рожью, остальную часть пшеницей. Сколько га земли отводится под каждую из этих злаковых культур?

1. 60 га – это 100%
2. 60: 100 = 0,6 (га )в 1%
3. 0,6 \* 24 = 14,4( га )отводится под овес
4. 0,6 \* 35 = 21( га) - под рожь
5. 60 – 14,4 – 21 = 24,6( га )- под пшеницу.

* **Диспетчер авиалиний**

В аэропорту, где работает диспетчер, между каждой парой из 5 городов: Астрахань, Москва, Пермь, Сочи, Краснодар введено авиационное сообщение. Сколько появилось новых авиарейсов?

АМ, АП, АС, АК, КА, СА, ПА, МА, ПМ, МП, ПС, СП, СК, КС – итого 14 авиарейсов (7 \* 2 = 14).

* **Рабочие по ремонту квартир**

Задача 1:Хозяева 4-х комнатной квартиры хотят покрасить каждую из комнат в 4 разных цвета: красный, желтый, зеленый, синий. Сколькими способами рабочие могут выбрать краску для каждой комнаты?

4 \* 3 \* 2 \* 1 = 24( способа.)

Задача 2: Необходимо обклеить потолок плиткой 50см х 50 см в три комнаты в квартире площадью 10 кв.м, 16 кв.м, 14 кв.м. Сколько необходимо закупить упаковок потолочных плит, если каждая упаковка рассчитана на 2 кв.м.?

1. 0,5\*0,5=0,25(кв.м )площадь 1 плитки.
2. 2:0,25=8 (плиток)в 1 упаковке.
3. 10+16+14=40 (кв.м) общая площадь потолков.
4. 40:0,25=160( плиток) необходимо всего.
5. 160:8=20( упаковок) нужно.
6. Еще необходим запас на случай поломки плитки или для выравнивания рисунка - 1 упаковка. Итого, необходимо купить 21 упаковку потолочных плиток.

* **Мастер по изготовлению деталей**

Мастер имеет в своей бригаде 6 рабочих. 720 деталей его бригада изготавливает за 8 часов. Сколько нужно пригласить еще рабочих, чтобы изготовить тоже количество деталей за 5 часов (производительность труда каждого рабочего постоянна)?

1. 720: 8 = 90 (дет/ч )изготавливают 6 рабочих
2. 90: 6 = 15( дет/ч) изготавливает 1 рабочий
3. 720: 5 = 144( дет/ч)изготавливают все рабочие в бригаде
4. 144: 15 = 9,6 рабочих (некорректный ответ), значит, в бригаде необходимо иметь 10 рабочих
5. 10 – 6 = 4( рабочих) необходимо пригласить в бригаду.

* **Руководитель предприятия**

Необходимо выбрать для своего предприятия компетентного юриста. Первый юрист из 11 дел выигрывает 7, второй юрист из 15 дел выигрывает 9. Кого лучше принять на работу?

Вероятность выигрыша первого 7/11, вероятность выигрышей второго 9/15. Приводим к общему знаменателю дроби, чтобы их сравнить.

105/165 больше 99/165

Ответ первый юрист имеет больше шансов получить эту работу.

* **Работник отдела технического контроля**

Известно, что из 500 приборов выпущенных заводом оказались с браком 15. Необходимо для отчета подсчитать, сколько % составляют бракованные приборы.

1. 500: 100 = 5( приборов )составляют 1%
2. 15: 5 = 3%(приборов) с браком.

* **Диетолог**

Необходимо рассчитать для больного правильное разведение напитка «Кофе со сливками».

Для приготовления напитка кофе берут в три раза больше, чем сливок. Сколько кофе (1 ч.л. растворимого кофе на 150 г. воды) и сливок в стакане ёмкостью 200г.?

1. 1 + 3 = 4(части)
2. 200: 4 = 50(г.) – в одной части напитка
3. 50 \* 3 = 150 (г.) кофе

Ответ: необходимо 150 г. кофе (1 ч.л. растворимого кофе на 150 г. воды) и 50 г. сливок для приготовления данного диетического напитка.

* **Бухгалтер продуктового магазина**

За 20% проданного товара за 1 час супермаркет выручил 6400 рублей. Сколько % товара продаст супермаркет, если его выручка за час составит 27200 рублей?

1. 6400: 20 = 320(руб.)составляет 1%
2. 27200: 320 = 85(% )товара продаст магазин.

* **Фасовщик кондитерской фабрики**

Три автоматических линии выпустили за три часа работы 540 коробок конфет. Сколько коробок выпустят две такие линии за два часа?

1. 540: 3 = 180( коробок) выпускают три автоматические линии за 1 час
2. 180: 3 = 60 (коробок) выпускает одна линия за один час
3. 60 \* 2 \* 2 = 240 (коробок) выпустят две линии за два часа.

* **Метеоролог**

В течение 5 дней проводились измерения температуры воздуха. Результаты изменения такие: 170, 190, 240, 220, 180. Какова средняя температура воздуха за эти дни?

(17+19+24+22+18) : 5 = 200 – средняя температура за 5 дней.

* **Научный сотрудник**

Научный сотрудник, проводя исследования на пищевом предприятии, столкнулся с задачей следующего содержания: в первом сосуде содержится 1л 20% раствора соли, во втором – 1,5л 40% раствора соли. Каково процентное содержание соли в смеси этих растворов?

1. 1 \* 0,2 + 1,5 \* 0,4 = 0,8(л.) содержание соли в смеси.
2. 1 + 1,5 = 2,5 (л )вся смесь.
3. 0,8: 2,5 \* 100 = 32(% )соли в смеси.

* **Социолог**

Проводилось голосование в школе среди учащихся об отмене школьной формы. С учетом того, что в школе 1500 учащихся, из них 37 по уважительной причине отсутствовали, за форму проголосовало 595 учащихся, против – 680, остальные – воздержались. Необходимо выяснить, сколько % учащихся проголосовало за форму и сколько против неё?

1. 1500 – 37 = 1463( учащихся )проголосоваловсего.
2. 1463: 100 = 14,63( учащихся )составляет 1%
3. 595: 14,63 = 41(%)учащихся проголосовало за форму.
4. 680: 14,63 = 46(%) учащихся проголосовало против формы.

* **Литейщик**

Сплав состоит на 85 % из меди, 10% из алюминия и 5% из олова. Сколько меди в слитке такого сплава, если алюминия в нем на 60 г. больше, чем олова?

1. 10 – 5 = 5(%) разница между алюминием и оловом – это 60 г.
2. 60 : 5 = 12( г.)составляетв 1%
3. 85 \* 12 = 1020 (г.) меди в слитке такого сплава.

* **Судья арбитражного суда**

Адвокат обратился в суд с иском о взыскании % с покупателя, вовремя не вернувшего долг в размере 25200 рублей продавцу. Статья 395 «Гражданского кодекса» гласит: если должник не возвращает вовремя долг, то на долг начисляется процентная ставка рефинансирования (единая для всех). На данный момент 13% годовых. Срок отдачи долга истек 3,5 месяца назад. Необходимо начислить %.

1. 25200:100 \* 13=3276( руб.)составляет 13%
2. 3276:12\*3,5=955,5( руб.) необходимо выплатить.

* **Пилот самолета**

До половины пути полет самолета идет строго по графику и по намеченному маршруту. Затем возникает экстремальная ситуация: отказ генератора переменного тока и необходимость изменить план полета. Аккумулятор может обеспечить радиосвязь только в течение ограниченного времени, в идеальных условиях в распоряжении пилота не более 50 минут. Вы на высоте 8000 футов восточнее перекрестка Грумпа, сейчас 11.23 и Вы в полете 1 час 23 минуты. Ветер с юго-запада со скоростью 30 узлов”.

Наступает момент, когда пилот должен применить свои способности решать задачи. Решение заключается в ранжировании 16 аэропортов по принципу от “наиболее предпочитаемого к наименее предпочитаемому” в зависимости от их характеристик.

Каждый аэропорт характеризовался четырьмя признаками: а) наличие средств УВД, б) время полета до аэропорта, в) погодные условия, г) оборудование. Так как число вариантов, которые должен был рассмотреть пилот, резко возрастало в зависимости от числа признаков этих характеристик (а, б, в, г), то таких признаков было введено только 2 (+,-). Выбранные признаки ортогональны по отношению друг к другу и наиболее вероятны в таких ситуациях.

По данным, полученным после ранжирования можно построить функцию ценности:

W(Z) = (BATC >< XATC) + (BWR >< XWR) + (BTIM >< XTIM) + (BAPP >< XAPP)

где XATC, XWR, XTIM, XAPP — независимые переменные, описывающие аэропорт Z через показатели УВД, погоды, удаления, оборудования посадки, а BATC, BWX, BTIM, BAPP — соответствующие коэффициенты.

* **Штурман**

Главной задачей штурмана всегда было ориентирование на местности. Штурману необходимо контролировать пройденные на ралли расстояния. Используя секундомер, штурман рассчитывает текущую и среднюю скорость движения на участке и некоторые другие параметры. Известно, что за 5 секунд гоночный автомобиль проехал 137 метров.Какова средняя скорость автомобиля?

: 137:5\*60=1644(м/мин)=1644\*60:1000=98,64 9(км/ч )средняя скорость автомобиля.

* **Налоговый инспектор**

Необходимо подсчитать налог на доходы физических лиц. Зарплата работника 10000 рублей. У работника есть 2 детей в возрасте до 18 лет, один из которых инвалид 1 группы. Подсчитать сумму подоходного налога с зарплаты по итогам года.

Расчет:

1. 10000\*12=120000 (руб)годовой доход.
2. Льгота на себя, за те месяцы, когда доход не превышает 20000 рублей. Т.е. 400 рублей в месяц: 400\*2=800( руб.)
3. Вычет на одного ребенка (доход до 40000 рублей)

600\*4=2400( руб.)

1. Вычет на одного ребенка инвалида (доход до 40000 рублей) 1200\*4=4800( руб.)
2. Всего вычетов: 800+2400+4800=8000( руб.)
3. 120000- 8000=112000( руб.) остаток
4. Подоходный налог: 112000\*0,13=14560( руб.).

* **Ревизор**

На хозяйственном складе необходимо провести 20% наценку на товар:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Наименование товара | Оптовая цена | 20% наценка | Розничная цена |
| Зубная паста «Блендамед» 50 мл | 12,6 рублей | 12,6\*0,2= 2,52 рублей | 15,12 рублей |
| Пена для ванны 500 мл | 72,01 рублей | 72,01\*0,2=14,4 рублей | 86,41 рублей |
| Спрей для очистки стекол | 72,01 рублей | 72,01\*0,2=14,4 рублей | 86,41 рублей |
| Крем «Лимон» 250 мл | 32,02 рублей | 32,02\*0,2=6,4 рублей | 38,42 рублей |

Прошло 2 месяца. Товар уценили, в зависимости от дефекта или потери товарного вида.

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование товара | Уцененная цена товара |
| Зубная паста «Блендамед» 50 мл | 7 рублей |
| Пена для ванны 500 мл | 50 рублей |
| Спрей для очистки стекол | 50 рублей |
| Крем «Лимон» 250 мл | 20 рублей |

На сколько процентов уценили каждый товар?

1. 7:15,12\*100=46,3(% )уценили зубную пасту «Блендамед» 50 мл;
2. 50:86,41\*100=57,9(% )уценили пену для ванны 500 мл;
3. 50:86,41\*100=57,9(% )уценили спрей для очистки стекол;
4. 20:38,42\*100=52(% )уценили крем «Лимон» 250 мл.

* **Менеджер**

На Газпром поступил заказ от трех предприятий на покупку серы. 1 заказчик – на 1000 т. серы, 2 заказчик - на 720 т. серы, 3 заказчик – на 200 т. серы. К концу месяца отправлено соответственно 60%, 80%, 75% заказа. Получена предоплата от заказчиков: от 1- 10%, от 2 – 5%, от 3 – 20% от общей стоимости отправленного товара. Сколько денег поступило в кассу Газпрома, если цена 1т. серы составляет 6800 рублей? На какую сумму был отправлен товар?

Расчет:

1. Отправлено 1 заказчику 1000\*0,6=600(т.)

2 заказчику 720\*0,8=576(т.)

3 заказчику 200\*0,75=150(т.)

1. Товар отправили на сумму:

600\*6800=4080000( руб.) 1 заказчику

576\*6800=3916800 (руб.) 2 заказчику

150\*6800=1020000( руб.) 3 заказчику

1. 4080000\*0,1=408000( руб.) поступило от 1 заказчика

3916800\*0,05=195840( руб.)поступило от 2 заказчика

1020000\*0,2=204000( руб.) поступило от 3 заказчика.

* **Закройщик**

При ширине ткани 150 см. на обшивку 1 автомобильного кресла необходимо от 150 см. до 200 см. ткани, в зависимости от класса автомобиля и от формы сиденья. Рассчитать минимальный и максимальный расход ткани на обшивку двух передних сидений и одного заднего. Если на обшивку переднего посадочного места расходуется ткани на 20% больше, чем на обшивку заднего посадочного места. Сколько потребуется ткани для обтяжки трех салонов автомобилей и какова экономия ткани?

Расчет:

1. По максимуму: 200 см. на одно переднее сиденье, тогда, на заднее: 0,8\*200=160 см. считаем 200+200+160=560(см)=5 м 60 см на два передних и одно заднее. Если обшить все сиденья салона автомобиля, то 2\*200+2\*160=400+320=720 (см.) Если обшить 3 салона, то 720\*3=2160 (см) = 21 м 60 см ткани.
2. По минимуму: 150 см – на одно переднее сиденье, тогда на заднее: 150\*0,8=120 см. 150+150+120=420 (см )ткани на два передних и одно заднее сиденья. Если обшить все сиденья салона автомобиля, то 150\*2+120\*2=300+240=540 (см). Если обшить 3 салона, то 540\*3=1620(см)=16 м 20 см
3. Экономия ткани: 2160-1620=540 (см)=5 м 40 см.

* **Инженер-электрик**

В центральном офисе предприятия 70 кабинетов с одинаковым количеством ламп. В каждом кабинете – 15 ламп дневного освещения мощностью 80 вт. Сколько необходимо заплатить денег за свет, если в течение 2 часов будут включены все лампы во всех кабинетах. Стоимость 1 квт/ч 1,52 рубля.

Расчет: 80\*15=1200( вт) в одном кабинете. 1200\*2=2400 (вт)за 2 часа в одном кабинете. 2400\*70=168000 (вт )= 168( квт) в час в 70 кабинетах. 168\*1,52=255,36 (руб.) заплатит предприятие за 2 часа эксплуатации ламп в кабинетах.

Анализ полученных данных дает возможность **выделить типовые задачи**, решаемые человеком в жизни:

* Задачи на проценты (смеси, части).
* Задачи на пропорциональность величин.
* Задачи, решаемые по одной математической модели ( на движение, стоимость, совместную работу, площадь фигуры и т.д.).
* Задачи комбинаторные и вероятностные.

Выделим обобщенные **методы решения задач** каждого типа.

* Задачи на проценты.

Существует три типа задач на проценты. Чаще всего на практике встречаются задачи смешанного типа. Поэтому в любой задаче данного типа лучше всего перевести проценты в десятичные дроби. Найти сначала 1%, а затем по сюжету решать задачу с помощью пропорции или с помощью уравнения, или по действиям. Помнить, что если некоторая величина в процессе решения задачи изменяется, то и 1% от этой величины тоже меняется. Среди задач на проценты чаще всего встречаются задачи на сплавы, смеси, расчет процентов от вкладов в банк в течение некоторого времени, повышение и понижение цен на товары и т.д.

* Задачи на пропорциональность величин.

Задачи такого типа решаются уравнением, обозначая величину одной части за х или составлением графической модели, диаграммы, или вычисляя общее число частей и значение одной части. Затем отвечают на вопрос задачи. Если задача на прямую пропорциональность или обратную пропорциональность, то определяется тип этой задачи и составляется пропорция.

* Задачи, решаемые по одной математической модели ( на движение, стоимость, совместную работу, площадь фигуры и т.д.).

Для успешного решения задач на движение, стоимость, совместную работу, площадь фигуры и т.д. очень важно грамотно записать условие задачи, лучше всего в виде таблицы или графической модели, четко выделив исходные данные. Затем составить математическую модель задачи. Работать с этой моделью (непосредственное решение). Проанализировать полученный результат.

* Задачи комбинаторные и вероятностные.

Задачи такого типа решаются перебором вариантов, составлением рисунков (деревья вариантов), с использованием определенных формул , правил, опираясь на здравый смысл и жизненный опыт учащихся.

Учащиеся, владеющие обобщенными методами решения типовых задач, при соответствующем обучении смогут грамотно решать любые практически значимые задачи с использованием математических знаний.

Но одна и та же задача может быть стандартной и нестандартной, в зависимости от того, знаком решающий задачу со способами решения задач такого типа или нет.

Конечно, при изучении математики необходимо больше внимания уделять задачам всех перечисленных типов. Но нельзя забывать о том, что в жизни перед человеком часто возникают и нестандартные задачи, требующие быстрого, творческого решения.

Какая же задача называется нестандартной?

«Нестан­дартные задачи — это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» (Фрид­манЛ.М., ТурецкийЕ.Н. «Как научиться решать задачи»). Однако следует заметить, что понятие «нестандартная задача» является относительным. Одна и та же задача может быть стандартной и нестандартной, в зависимости от того, знаком решающий задачу со способами решения задач такого типа или нет.

Таким образом, нестандартная задача — это задача, алгоритм решения которой учащимся неизвестен, то есть учащиеся не знают заранее ни способа ее решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение. К сожалению, иногда учителя единственным способом обучения решению задач считают показ способов решения определенных видов задач, после чего следует порой изнурительная практика по овладению ими. Нельзя не согласиться с мнением известного американского математика и методиста Д. Пойа, что, если преподаватель математики «заполнит отведенное ему учебное время натаскиванию учащихся в шаблонных упражнениях, он убьет их интерес, затормозит их умственное развитие и упустит свои возможности».

Роль задач в обучении математике невозможно переоценить. Применять математические знания в жизненных ситуациях учат задачи **практического содержания.**

На уроке невозможно рассмотреть все виды математических задач. И сколько бы задач ни решали в школе, всё равно учащиеся в своей будущей работе встретятся с новыми видами задач. Поэтому учитель должен вооружать учащихся **общим подходом к решению любых задач, практического содержания.** Должен развивать у учащихся способность **находить пути решения**, не подходящие под стандартное правило.

Рассмотрев классификацию задач по характеру условия – определённые, неопределённые и переопределённые (М. Крутецкий "Психология математических способностей школьников") можно выделить **подтипы данных типовых задач:**

1. Задачи **с несформированным условием** – задачи, в которых имеются все данные, но вопрос задачи лишь подразумевается.

2. Задачи **с избыточным условием** – задачи, в которых имеются лишние данные, не нужные для решения, а лишь маскирующие необходимые для решения задачи данные.

3. Задачи **с неполным составом условия** – задачи, в которых отсутствуют некоторые данные, необходимые для решения задачи, вследствие чего дать конкретный ответ на вопрос задачи не всегда представляется возможным.

4. Задачи **с противоречивым условием** – задачи, содержащие в условии противоречие между данными.

Задачи из рассматриваемой классификации полезны тем, что: они не обладают алгоритмичностью решения, они активизируют умственную деятельность учащихся, заставляют их искать нестандартные подходы к решению задач.

Мы выделяем **метод**, который успешно действует **при решении каждой типовой** задачи любого ее подтипа. Этот метод заключается в следующем:

Сформулируем новое **содержание принципа** практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики: в процессе изучения математики обучающиеся должны овладеть обобщенными методами решения задач выделенных типов.

**Методика реализации принципа практической направленности подготовки обучающихся на уроках математики.**

Одна из причин отставания или неуспеваемости по математике связана с отсутствием доступных и убедительных примеров применения математических знаний в будущей профессиональной деятельности.

В начале года предложить учащимся ответить на вопросы:

* Влияет ли изучение математики позитивно на изучение других предметов?
* Используете ли вы свои математические знания в повседневной жизни?

А в конце учебного года провести урок-дискуссию на тему «Кому нужна математика?» (анализируя результаты нулевого, контрольного и итогового срезов по всем предметам, результаты анкетирования учащихся, родителей и учителей).

Чтобы достичь реализации принципа практической направленности подготовки обучающихся на уроках математики учителю необходимо:

1. На каждом уроке, на различных его этапах (устный счет, повторение теории, изучение нового материала, закрепление изученного материала и т. д.) включать задачи практического содержания, напрямую не связанные с математикой, интересные по сюжету. Задачи должны быть достаточно простые, чтобы вызвать живой интерес и горячее желание обязательно решить эту задачу.
2. Затем переходить к решению задач бытовых, жизненных, профессиональных. Необходимо учитывать интересы учащихся и возможный выбор их будущей профессии. Если при изучении какой-нибудь темы у обучающихся возникают серьёзные трудности, то необходимо при изучении этой темы рассматривать конкретные жизненные задачи, понятные учащимся, возвращаясь впоследствии к изучаемой теме.
3. Постепенно включать в урок решение нестандартных, творческих задач, воспитывая у учащихся потребность и желание в решении задач такого вида.
4. Побуждать учащихся к составлению такого типа задач.
5. Создать в каждом классе электронную копилку самых интересных творческих задач практического содержания.

**Модель деятельности учителя по реализации принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики.**

Теперь рассмотрим подтипы данных типовых задач более подробно, чтобы определить, что конкретно требуется от ученика при решении каждого из них.

* **Неопределённые задачи** – задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких–то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами.

Примеры:

1. В треугольнике одна сторона имеет длину 10 см, а другая 8 см. Найти длину третьей стороны.

2. Поезд состоит из цистерн, товарных вагонов и платформ. Цистерн на 4 меньше, чем платформ, и на 8 меньше, чем вагонов. Какой длины поезд, если каждая цистерна, вагон и платформа имеют длину 25 м?

3. Заасфальтировали на 30 км больше, чем осталось. Сколько процентов дороги покрыто асфальтом?

С первого взгляда ясно, что задача 1 не может иметь решения, потому что в ней не хватает данных. Однако исследуем ситуацию глубже. Вспомним неравенство треугольника и запишем его для данного треугольника, обозначив неизвестную сторону через а.

Получим: 10 + 8 > a; a + 10 > 8; a + 8 > 10; из этого следует, что 2 < a < 18.

Таким образом, нам удалось уточнить ответ с фразы "задачу невозможно решить" до вполне определённого интервала, что следует признать ответом более высокого уровня.

И во второй задаче напрашивается вывод, что никакой ответ там невозможен, поскольку данных не хватает. Но при более внимательном анализе условия выявляется, что не любое число может получиться в ответе. Например, невозможны ответы 333м и 250м, хотя и по разным причинам. Первое невозможно, потому что ответ должен быть кратным 25 м. А второе невозможно, т.к. общее количество тяговых единиц не может быть равным десяти. Сколько же этих единиц там может быть?

Если в поезде х цистерн, то платформ х+4, а вагонов х+8. Вместе: 3х+12. Таким образом, всех тяговых единиц не меньше пятнадцати, а возможный ответ: 25(3х+12) м, где х – натуральное число. Над "дизайном" ответа можно поработать, если переписать его так: 75(х+4). А теперь, переобозначив буквой х (или другой) количество платформ, получим самый короткий вариант ответа: 75х м, где х – натуральное число, не меньшее пяти.

Такое решение требует более высокого уровня умственной деятельности, чем примитивное "Задача не имеет решения, потому что данных не хватает". И, разумеется, что указанного решения от школьников сразу не получишь, что и подтвердили первые пробы со стопроцентным результатом.

Третья задача: результат тот же: "Задача не решается...". Только дополнительная просьба назвать несколько возможных ответов подтолкнула учеников к анализу и в конце концов вывела на ответ, близкий к правильному: х %, где х (50;100].

Вывод: решение неопределённой задачи обычно заканчивается неопределённым ответом, в котором искомая величина может принимать значения из некоего числового множества. Выявление этого множества и должно стать целью решения такой задачи, что достигается вдумчивым анализом текста задачи и взаимосвязей между данными величинами. Этому полезному для умственного развития учащихся процессу нужно специально обучать.

**Задачи этого типа требуют от ученика мобилизации практически всего набора знаний, умения анализировать условие, строить математическую модель решения, находить данные к задаче "между строк" условия.**

* **Задачи переопределённые** – задачи с избыточным составом условия, с лишними данными, без которых ответ может быть получен, но которые в той или иной мере маскируют путь решения.

Как уже показано выше, данные в таких задачах могут быть противоречивыми и выявление этой противоречивости или непротиворечивости является обязательным элементом решения такой задачи.

Например, в задаче "Найти площадь прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 40 см и гипотенузой 41 см" мало найти ответ полупроизведением 9 на 40. Надо ещё выявить, будет ли у прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 40 см гипотенуза равной 41 см. Без этого выяснения решение задачи не может быть признано полным.

Большой интерес представляют практические задачи.

Например, при изучении первой формулы площади треугольника приносим в класс , вырезанный из бумаги треугольник с проведенными высотами и предлагаем одному из учащихся измерить длину какой–либо стороны, потом второму ученику длину второй стороны, третьему – третьей, ещё трое измеряют высоты, каждый по одной. Результаты измерений записываются на доске. Затем предлагаем вычислить площадь этого треугольника. Вопрос, какая высота к какой стороне проведена, переадресуем учащимся, которые измеряли, но те, естественно, не помнят, поскольку не фиксировали на этом внимания.

Возникает интересная проблема, которая в итоге всё же разрешается, исходя из того, что площадь одного и того же треугольника не может иметь разных значений. Поэтому самая большая высота должна быть проведена к самой маленькой стороне, а самая маленькая к самой большой. Теперь площадь треугольника можно вычислять тремя способами, но результат, как выясняется, получается не совсем одинаковым. Появляется причина поговорить о сущности измерений, об их обязательной неточности, о качестве приближённых измерений, об особенностях вычислений с приближёнными числами и других соответствующих вопросах. И элементарная задача на применение примитивной формулы наполняется богатым содержанием.

**Задачи этого типа требуют от ученика умения анализировать условие, находить в нём нужные данные и отбрасывать ненужные.**

* **Нереальные (или противоречивые) задачи** являются составной частью переопределённых (иногда определённых) задач.

Пример: Найти площадь треугольника со сторонами 10 см, 19 см и 8 см.

Вовсе необязательно решать приведенную задачу, чтобы понять, что она не имеет решения. Достаточно лишь проверить условие на противоречивость при помощи неравенства треугольника и убедиться, что задача не может иметь решения.

**При решении таких задач необходимо всегда в конце возвращаться к условию и делать проверку полученного решения. А поскольку противоречивость задачи не всегда бросается в глаза, это приучит выполнять проверку полученного ответа в каждой задаче.** Некоторые из задач этого типа позволяют выявить противоречие данных еще при анализе условия, в результате чего процесс решения становится излишним.

Итак, мы выяснили, что каждый из указанных подтипов данных типовых задач несёт в себе определённую развивающую функцию.

Как же научить учащихся решать задачи указанных типов? Как приучить их к "нестандартному" подходу к решению задачи?

Основой для ответа на поставленный вопрос можно считать основные вопросы, над которыми следует задумываться при решении:

* Достаточно ли условие для определения неизвестного?
* Не противоречиво ли условие?
* Сохраните только часть условия, отбросив остальную часть: насколько определённым окажется тогда неизвестное?
* Как оно сможет меняться?
* Все ли данные вами использованы?
* Приняты ли во внимание все существенные понятия, содержащиеся в задаче?
* Нельзя ли проверить результат?
* Нельзя ли проверить ход решения?

Каким должен быть возможный **методический подход** к обучению учащихся решению таких задач?

* 1. В своей работе мы включаем такие задачи в 5 классе. Начинаем, обычно, **с введения задач переопределённых, предупреждая на первых порах учащихся о наличии избыточных данных** и предлагая им найти такие данные, постепенно переходя от задач простых к таким задачам, в которых избыточные данные не сразу бросаются в глаза.
  2. Когда учащиеся приобретут некоторые навыки решения таких задач, можно переходить **к введению таких задач уже без предупреждения о наличии избыточных данных, чередуя эти задачи с традиционными определёнными задачами.** Таким образом, не зная, имеется ли в условии задачи лишнее данное или нет, но подозревая, что оно может быть, учащиеся к каждой задаче будут подходить критически, что вызовет большую, чем в традиционных условиях, необходимость внимательного анализа условия задачи и различных подходов к её решению.
  3. Когда переопределённые задачи станут привычными и не будут вызывать у учащихся настороженности, можно перейти **к решению неопределённых задач,** снова же вначале предупреждая учащихся о том, что в условии задачи некоторых данных не хватает и предлагая им указать, каких.
  4. Нужно последовательно, постепенно **усложнять условие задач**.
  5. На следующем этапе **вводим** в условия задач **дополнительные элементы,** увеличивая количество числовых данных. В этом случае, для учащихся создаётся новая ситуация, требующая от них умения вычленить ту часть условия, которая определяет применение типового приёма и в ходе действий при решении задачи найти ей правильное место.
  6. Изменить условия задач таким образом, чтобы некоторых **данных в них не хватало**.

То же самое следует отметить и о применении задач переопределённых, корректных, но вызывающих противоречие при решении.

Использование этого методического подхода позволяет превратить любую стандартную задачу в нестандартную. Это способствует выработке более сложных умений, значение которых для реализации принципа практической направленности, а также формирования творческих способностей обучающихся очень велико. Успех этой перестройки непосредственно зависит от того, в какой мере обучающиеся умеют анализировать задачи, улавливая одновременно и сходное и различное.

Осуществляя целенаправленное обучение школьников решению задач, с помощью специально подобранных упражнений, можно учить их наблюдать, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями, и делать соответствующие выводы. Необходимо, как мы считаем, прививать учащимся прочные навыки творческого мышления.

Мы предложили ученикам 6 класса ( в классе 25 человек) на самостоятельной работе в качестве дополнительного задания решить задачу: в прямоугольнике стороны равны 8,4см и 3,9см, а периметр 24,6см. Найти площадь прямоугольника. При решении этой задачи в классе выделилось несколько групп:

1. не решили задачу, мотивировав это тем, что не успели этого сделать (2 ученика);

2. решили эту задачу полностью с объяснением того, почему они не использовали при решении задачи данный в ней периметр, но не проверили, соответствует ли данная длина периметра длинам сторон (2 ученика);

3. 1 ученик решил эту задачу полностью и проверил соответствие в ней данных друг другу, но при этом возился с решением около 10 минут;

4. остальные ученики просто написали ответ к задаче, без каких бы то ни было объяснений к нему.

На следующем уроке класс изъявил желание узнать, как же правильно решается эта задача. Им было подробно объяснено, что периметр в задаче является лишним данным и его не нужно использовать для решения, но в данной ситуации длины сторон в задаче соответствуют периметру, что бывает не всегда и требует проверки. После чего была предложена для решения задача аналогичного характера, но содержащая противоречие в тексте: в прямоугольнике длины сторон равны 6,7 см и 4,2 см, а площадь равна 25,3 кв. см. Требуется найти периметр прямоугольника. Как и ожидалось, все 25 учащихся решили эту задачу без использования площади и записали ответ. Все посчитали, что площадь в задаче является лишним данным, но никто не счёл нужным проверить, соответствуют ли данные друг другу. Учащиеся с большим интересом стали относиться к "не таким" (их определение) задачам. Мы предлагаем ученикам выполнять творческие задания: сочинять нестандартные задачи, практического содержания.

Происходит "шлифовка" мышления, его тренаж, что вполне соответствует запросам растущего организма. При целенаправленном использовании переопределённых задач ученики довольно быстро приучаются анализировать условие задачи, но в первое время всё же делают довольно грубые ошибки в решении, которые объясняются их неумением проводить такой анализ. При решении задач переопределённых, но имеющих в условии противоречие, ученики после небольшой тренировки находят очевидные или слабо скрытые противоречия, но, если противоречие как-то завуалировано, не замечают его и просто игнорируют вместо того, чтобы вернуться к условию задачи и проверить решение.

Предложенная методика, позволяет учителю обучить учащихся умению самостоятельно решать любые практически значимые задачи с использованием математических знаний.

**Теоретическая значимость** проведенного исследования состоит в том, то разработана реализация принципа практической направленности подготовки обучающихся при изучении математики на современном этапе, которую составляют следующие положения:   
1. В цели обучения математике должны быть включены типовые задачи, решаемые с использованием математических знаний, и обобщенные методы их решения.   
2. В процессе изучения математики обучающиеся должны овладеть обобщенными методами решения типовых задач, решаемых с использованием математических знаний, и научиться планировать свою деятельность при решении конкретных практически значимых задач с опорой на обобщенные методы.   
3. Учебный процесс должен строиться так, чтобы у обучающихся возникла потребность решать типовую задачу.   
4. Для осмысления содержания обобщенного метода решения типовой задачи он должен быть выделен самими обучающимися, т.е. его выделение должно быть целью их деятельности.   
5. Содержание обобщенного метода решения типовой задачи обязательно должно стать предметом усвоения, и для того, чтобы он был усвоен, целесообразна методика, опирающаяся на теорию поэтапного формирования умственных действий.   
6. После усвоения обобщенного метода решения типовой задачи, обучающиеся должны научиться пользоваться обобщенным методом разработки системы действий по решению конкретной задачи данного типа.

Тренировка в этом должна привести к тому, что обобщенный метод решения задач данного типа станет стилем мышления учащихся.

**Методика подготовки обучающихся к решению практически значимых задач.**

Методика подготовки обучающихся к решению практически значимых задач должна состоять из следующих этапов:   
**I – мотивационный этап**. Он необходим для того, чтобы каждый обучающийся ощутил потребность в овладении методом.   
**II – подготовительный этап**. На этом этапе обучающиеся решают конкретные задачи определенного типа для того, чтобы произошло накопление методов решения задач одного и того же типа. Это создает условия для самостоятельного выделения обучающимся обобщенного метода решения задач данного типа.   
**III – методологический этап**, на котором происходит выделение и усвоение обобщенного метода.   
**IV этап - этап обучения** обучающихся составлению метода решения конкретной задачи с опорой на обобщенный метод.   
**V этап - полностью самостоятельное решение** конкретных практически значимых задач.   
Данная методика может быть реализована при следующих условиях: один и тот же тип задач должен решаться в 4-х следующих друг за другом темах.

**Практическая значимость исследования** состоит в том, что разработанные ориентиры для выполнения всех видов деятельности, входящих в модель деятельности учителя по реализации принципа практической направленности, позволяют любому учителю после соответствующей подготовки успешно организовывать обучение учащихся обобщенным методам решения типовых задач по любым программам и учебникам.

**Экспериментальная проверка** работы модели деятельности учителя и методики обучения учащихся подтвердила устойчивый положительный рост качества знаний обучающихся по математике.О положительных успехах работы свидетельствует общая успеваемость по предмету - 100%; рост среднего балла; призовые места, занимаемые учениками на школьных, районных, городских, международных олимпиадах; наблюдается устойчивая динамика роста мотивации к изучению предмета.

**Список литературы**

1. Атахов Р. Соотношение общих закономерностей мышления и математического мышления. Вопросы психологии, №5, 1995.
2. Василевский А. Б. Обучение решению задач по математике. Минск, 1988.
3. Вертгеймер М. Продуктивное мышление. М., 1987.
4. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. М., 1986.
5. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. М.,1981.
6. Колягин Ю. М., Оганесян В. А. Учись решать задачи.
7. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов. М., 1991.
8. Крутецкий В. А. Основы педагогической психологии. М., 1972.
9. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. М., 1968.
10. Крутецкий В. А. Психология обучения и воспитания школьников.
11. Людмилов Д. С. Некоторые вопросы проблемного обучения математике. Пермь, 1975.
12. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М., 1972. Особенности обучения и психического развития школьников 13-17 лет. Под ред. И. В. Дубровиной, Б. С. Кругловой. М., 1988.
13. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры. М., 1990.
14. Пойа Д. Как решить задачу: Пособие для учителей. М., 1961.
15. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1970.
16. Пойа Д. Математическое открытие. М., 1976.
17. Пономарев Я. А. Знание, мышление и умственное развитие. М., 1967.
18. Пономарев Я. А. Психология творческого мышления. М., 1960.
19. Пономарев Я. А. Психология творчества и педагогика. М., 1976.
20. Проблемы диагностики умственного развития учащихся. Под ред. Н. А. Менчинской. М., 1961.
21. Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования. М., 1958.
22. Семенов Е. М., Горбунова Е. Д. Развитие мышления на уроках математики. Свердловск, 1966.
23. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. М., 1983.
24. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи. М., 1989.
25. Якиманская И. С. Развивающее обучение. М., 1979.
26. Яковлева Е. Л. Психологические условия развития творческого потенциала у детей школьного возраста. Вопросы психологии, №5, 1994.
27. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.:МГУ, 1975.
28. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – М. – 1981.
29. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность.
30. Леонтьев А.Н.лекции по общей психологии. М., 2000.
31. Традиции и перспективы деятельностного подхода в психологии. Школа А.Н.Леонтьева М.: Смысл, 1999.
32. Зубарева И.И, Мордкович А.Г. Математика 5. М., 2003.
33. Зубарева И.И, Мордкович А.Г. Математика 6. М., 2007.
34. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра 7 класс. М., 2005.
35. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра 8 класс. М., 2003.
36. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра 9 класс. М., 2006.