

Школьная диагностическая работа по математике

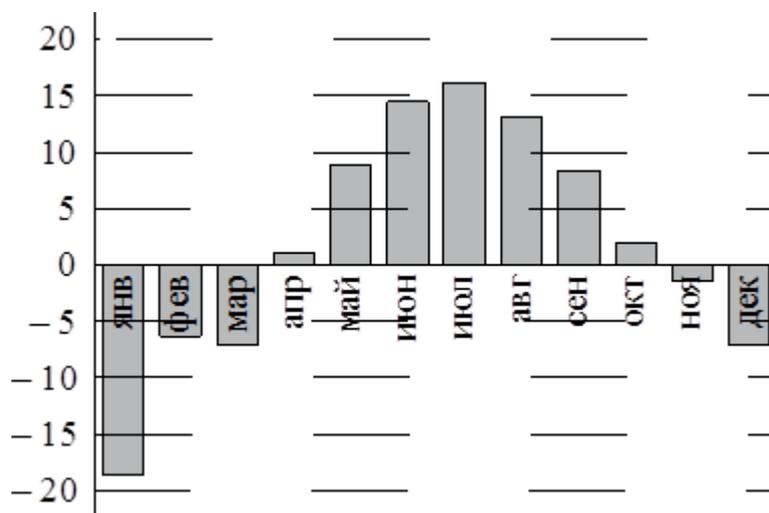
Вариант I

В1

Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 750 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

В2

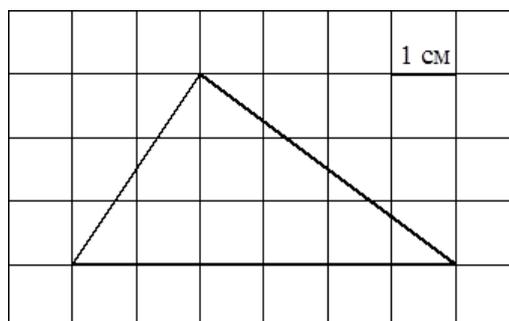
На диаграмме показана средняя температура воздуха (в градусах Цельсия) в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1988 года.



Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была выше нуля.

В3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В4 Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

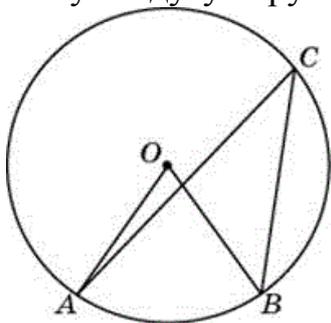
Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План "0"	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План "500"	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План "800"	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешевый тарифный план.

Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

В5 Найдите корень уравнения $\sqrt{x-2} = 6$

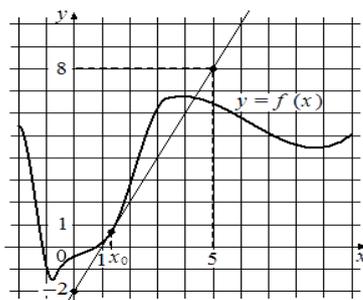
В6 Центральный угол на 36° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности.



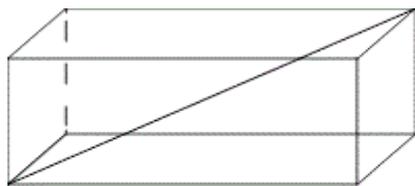
Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

В7 Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -3/5$ и $\pi < \alpha < 3\pi/2$

В8 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



В9 Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, имеют



длины 3, 4 и 12.

Найдите длину диагонали этого прямоугольного параллелепипеда.

В10

Проводится жеребьёвка Лиги Чемпионов. На первом этапе жеребьёвки восемь команд, среди которых команда «Барселона», распределяются случайным образом по восьми игровым группам – по одной команде в группу. Затем по этим же группам случайным образом распределяются еще восемь команд, среди которых команда «Зенит».

Найдите вероятность того, что команды «Барселона» и «Зенит» окажутся в одной игровой группе.

В11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 48 см.

На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в см.

В12 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по

закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0=50$ мг. Период его полураспада $T=5$ мин.

Через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг?

В13

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник.

На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

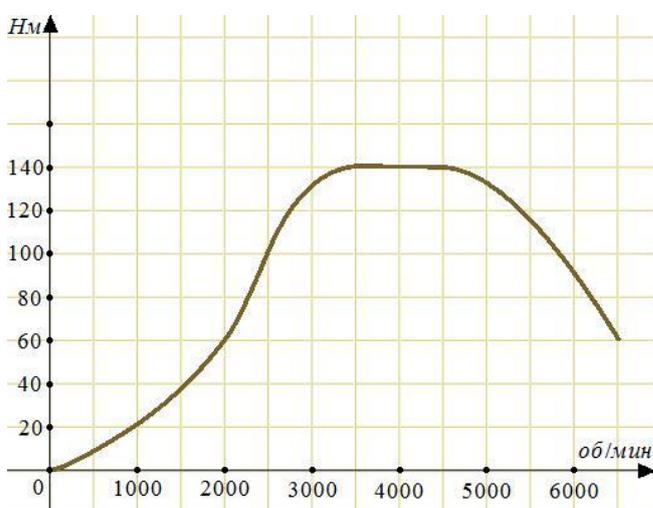
В14 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-3; -0,5]$.

Вариант II

В1 Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 16530 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

В2

На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н·м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н·м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



В3

Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{41}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{37}{\sqrt{\pi}}$.

В4

В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси.

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	12 руб.
2	Бесплатно	10 мин. 200 руб.	18 руб.
3	120 руб.	15 мин. 300 руб.	15 руб.

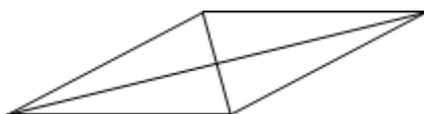
*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Нужно выбрать фирму, в которой поездка длительностью 60 минут будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

B5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(4-2x) = -2$

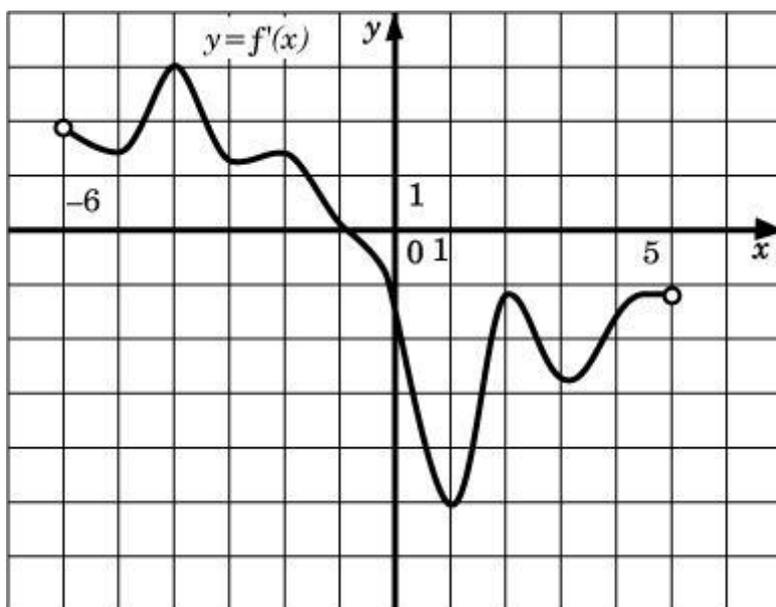
B6

Диагонали ромба равны 16 и 30. Найдите его ребро.



B7 Найдите значение выражения: $7^{\sqrt{5}+9} \cdot 7^{-4-\sqrt{5}}$.

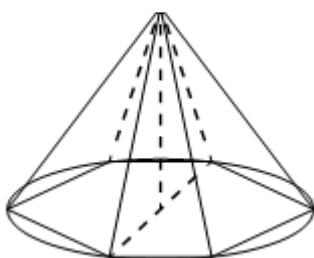
B8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$



В какой точке отрезка $[-5; -1]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

B9

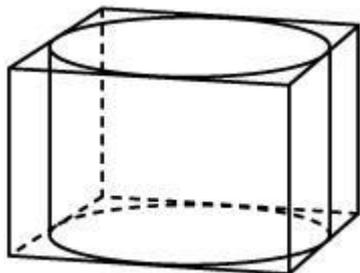
Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 8, боковые рёбра равны 10, найдите диаметр описанной около основания окружности.



В10 На столе лежат цветные ручки: синяя, красная, чёрная и зелёная. Петя случайно берёт со стола ручку. С какой вероятностью эта ручка окажется чёрной?

В11

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 5. Объем параллелепипеда равен 50.



Найдите высоту цилиндра.

В12

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P прямо пропорциональна площади его поверхности S и четвёртой степени температуры T : $P = \sigma ST^4$ где, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ - постоянная, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах.

Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{128} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $1,14 \cdot 10^{25}$ Вт.

Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

В13

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом.

Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 54 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

В14 Найдите наибольшее значение функции $y = 9\cos x + 16x - 8$ на отрезке

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$$

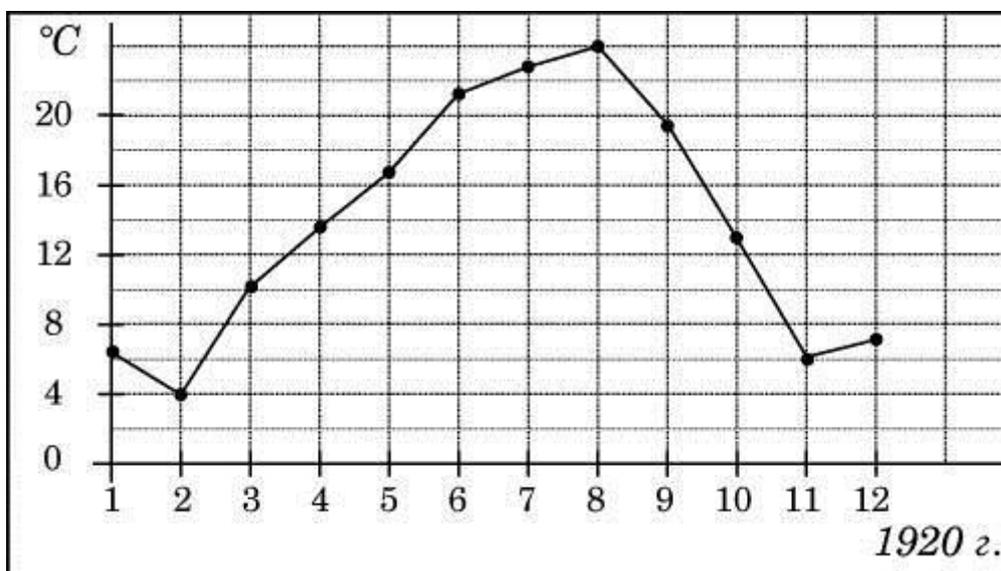
Вариант III

В1

В магазине проходит рекламная акция: при покупке пяти шоколадок «Везение» – шестая в подарок. Стоимость одной шоколадки 24 рубля. Какое наибольшее количество шоколадок «Везение» может получить покупатель, который готов потратить на них не более 400 рублей?

В2

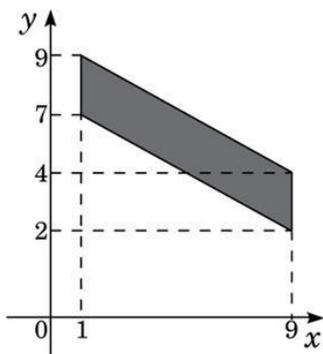
На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией.



Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В3

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 7)$, $(9; 2)$, $(9; 4)$, $(1; 9)$.



В4

Автозаправка «Счастливый путь» проводит акцию: при покупке 450 литров дизельного топлива, 50 литров — в подарок. А автозаправка «Гудок» предлагает воспользоваться накопительной системой: с каждых десяти литров купленного топлива компания возвращает пять рублей. Стоимость одного литра топлива на автозаправке «Счастливый путь» составляет 22 рубля, а на автозаправке «Гудок» — 20 рублей. Какую автозаправку следует выбрать водителю, если он планирует купить 1100 литров дизельного топлива по наименьшей цене? В ответе укажите, сколько рублей водитель заплатит на этой заправке.

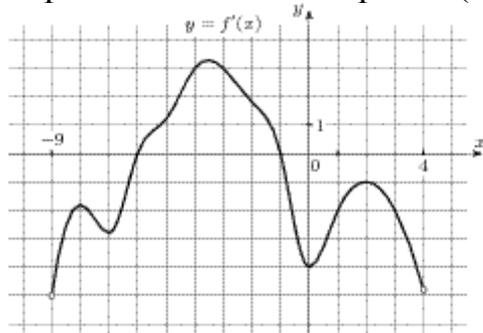
В5 Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 9$

В6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos B = \frac{20}{29}$. $AB = 29$. Найдите AC .

В7 Найдите значение выражения: $\sqrt{730^2 - 728^2}$.

В8

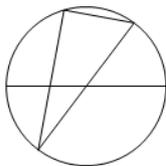
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-9; 4)$.



Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=2x-17$ или совпадает с ней.

В9

Одна из сторон вписанного в окружность треугольника равна диаметру, две других стороны равны 9 и 12.

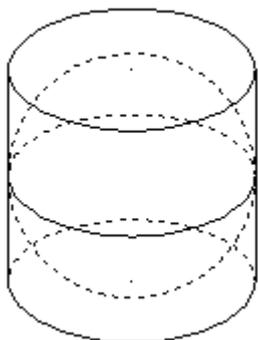


Найдите радиус окружности.

B10 В корзине лежат яблоки разных сортов: 20 красных, 35 жёлтых и 25 зелёных. С какой вероятностью случайно вынутое из корзины яблоко окажется красным?

B11

Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 42. Найдите площадь поверхности шара.



B12

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется

формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина).

При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 50%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К. Ответ дайте в градусах Кельвина.

B13

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 3x + \ln x + 5$ на отрезке

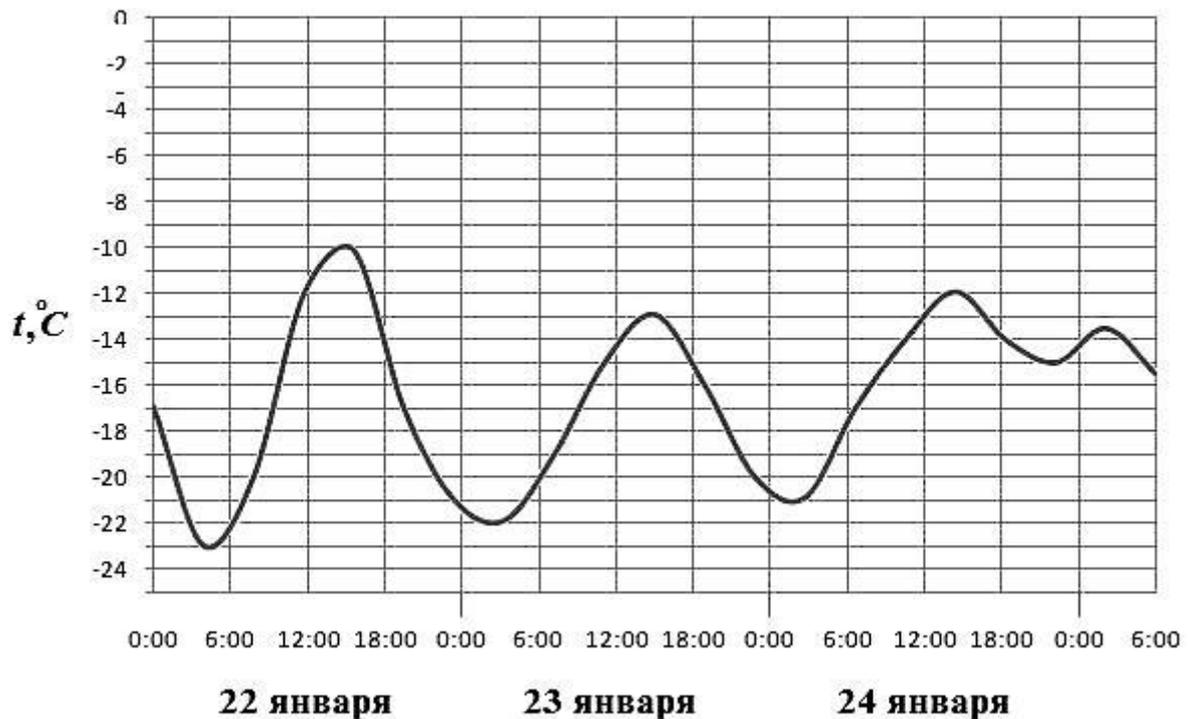
$$\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4} \right]$$

Вариант IV

В1 Флакон шампуня стоит 130 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1100 рублей во время распродажи, скидка на шампунь составляет 35%?

В2

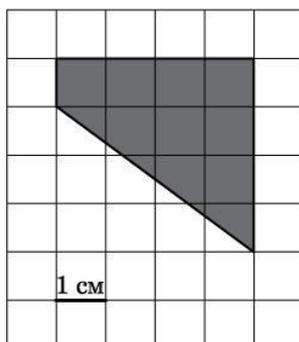
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В3

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



В4

В таблице указаны средние цены на ряд основных продуктов питания в трех городах России (по данным некоторого исследования).

Наименование продукта	Средняя цена (в рублях)		
	Кострома	Тамбов	Хабаровск
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	12
Молоко (1 литр)	26	23	25
Картофель (1 кг)	17	11	14
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина) (1 кг)	285	235	260
Подсолнечное масло (1 литр)	52	60	65

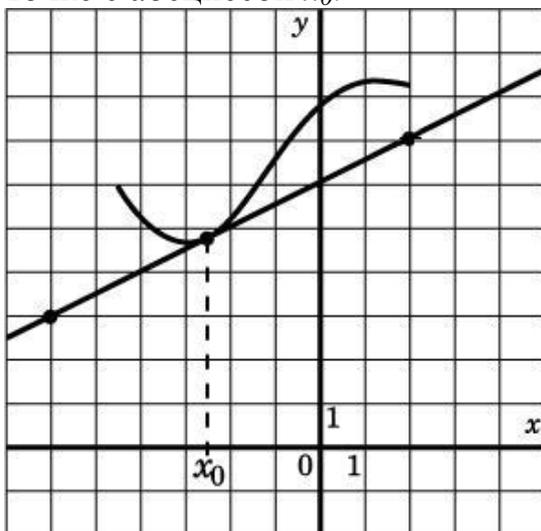
Определите, в каком из этих трех городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба; 2 л молока; 1 кг сыра В ответе запишите полученную сумму в рублях.

В5 Найдите корень уравнения $\sqrt{46-2x}=4$

В6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$. Найдите $\sin A$.

В7 Найдите значение выражения $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$

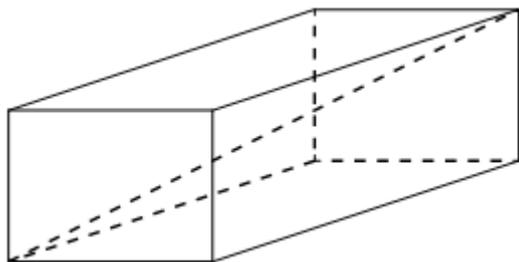
В8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .



Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0

B9

Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 4, 7 и 4. Найдите диагональ.



B10

В каждой связке бананов имеется ровно один банан с наклейкой производителя. Мама купила две связки: в одной 4, а в другой 6 бананов. Ребенок взял из одной из связок первый попавшийся банан. С какой вероятностью этот банан был с наклейкой производителя?

B11

В шар вписан конус. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 3. Найдите объем шара.

B12

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 40$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 40 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 до 240 см. Изображение на экране будет четким, если соблюдается соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

B13

Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 82 килограммов изюма?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - \ln(x + 5)^4$ на отрезке

$[-4, 5; 0]$

Ответы

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1 вариант	60	7	9	700	38	36	-0,8	2	13	0,125	12	10	20	3
2 вариант	19000	2000	312	920	-16	17	16807	-5	12	0,25	0,5	4000	60	1
3 вариант	19	20	16	21450	-508	21	54	2	7,5	0,25	28	550	10	3
4 вариант	13	-13	10	289	15	0,6	2	0,5	9	0,2	12	48	779	-16

Критерии оценивания

Отведенное время 45 минут.

От 5 до 8 заданий – оценка 3

От 9 до 12 заданий – оценка 4

От 13 до 14 заданий – оценка 5

При составлении диагностической работы использованы материалы из
<http://ege.yandex.ru/mathematics/IV/result>