Разработка бинарного урока

Преподаватели : Парфило М.Б. – преподаватель математики.

 Маркушева О.Н. – преподаватель электротехники.

Тема: «Комплексные числа в решение электротехнических задач»

Цели:

- обобщить знания и умения по теме «Векторы», дать определение комплексных чисел; их геометрическую интерпретацию; научить находить сумму и разность комплексных чисел;

- установить связь теории комплексных чисел с расчетами в цепях переменного тока учебной дисциплины «Электротехника».

-развить мыслительную и познавательную активность, логическое мышление;

- воспитать аккуратность при выполнении чертежей, интерес к предмету, формирование интереса к дисциплине.

Оборудование: проектор, ПК, экран, доска, раздаточный материал;

Учебники: Ю.М.Калягин и др. «Алгебра и начала математического анализа» 11 класс М. Просвещение 2012;

Лоторийчук Е.А «Теоретические основы электротехники» М. «Форум» - ИНФРА-М 2012

Зайчик М.Ю. «Сборник задач и упражнений по теоретической электротехнике» М. Энергоатомиздат

План урока:

1. Организационная часть.
2. Игра – соревнование ( повторение темы «Векторы»):

2.1) разминка (экспресс-опрос теории)

2.2) конкурс «Кто быстрей» (решение задач)

2.3) конкурс «Юные преподаватели – строители»

2.4) подведение итога игры.

 3. Объяснение нового материала по теме «Комплексные числа».

 4. Закрепление нового материала

 5. Проверка усвоения нового материала.

 6. Подведение итогов, оценки

 7. Домашние задание.

Ход урока

1.Организационная часть

Преподаватель приветствует студентов, проверяет готовность к уроку; сообщает тему, цели и задачи урока.

2.Игра-соревнование

2.1.Разминка команд

Заготовлено 4 карточки. Представители команд бросают жребий и по нему выбирают номер карточки. В том же порядке и будут выступать команды. Карточки с вопросами и заданиями остаются у учителя, он читает вопросы. Команды должны за 1-1,5 мин дать как можно больше правильных ответов. Каждый верный ответ оценивается в 1 балл. Если все вопросы исчерпаны, можно зачитать последний вопрос с последующих карточек.

**Карточка 1.**

1. Что такое вектор?
2. Назовите координаты вектора $\overline{а }$ с началом в точке А1(X1;Y1) и концом в точке A2(X2;Y2)
3. Сумма векторов $\overline{а }$ (a1;a2) и$\overline{b }$ (b1;b2) называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
4. Какие свойства векторов вы знаете?
5. Как направлены коллинеарные векторы?
6. Какой вектор называется единичным?
7. Свойства коллинеарных векторов.
8. Что такое электрический ток?
9. Какой ток называется постоянным?

**Карточка 2.**

1. Что такое абсолютная величина вектора?
2. Какие векторы называются равными?
3. Чему равна абсолютная величина $\overline{а }$ (А1;А2)?
4. Перечислите свойства сложения векторов.
5. Какие вектора называются коллинеарными?
6. Что такое координатный вектор?
7. Скалярным произведением векторов $\overline{а }$ ( a1:a2) и $\overline{b }\overline{ }$ (b1;b2) называются \_\_\_
8. Признак коллинеарности векторов.
9. Какой ток называется переменным?

**Карточка 3.**

1. Дан ненулевой вектор $\overline{AB }$. Можно ли утверждать, что $\overline{AB }$ = $\overline{BA }$?
2. Перечислите свойства равных векторов
3. Разность векторов $\overline{а }$ ( a1:a2) и $\overline{b }\overline{ }$ (b1;b2) называется\_\_\_\_\_\_\_\_
4. Какие из следующих величин являются векторными; Скорость, масса, ускорение, время, температура?
5. Сформулируйте распределительное свойство для скалярного произведения векторов
6. Известно, что $\overline{AB }$ = $\overline{CD }$. Можно ил утверждать, что |AB| = |CD| ?
7. Скалярное произведение каких нулевых векторов равно нулю ?
8. Сформулируйте теорему об умножении вектора на число.
9. Назовите характеристики переменного электрического сигнала.

**Карточка 4.**

1. Что такое нулевой вектор?
2. Перечислите признаки равенства векторов?
3. Если длины векторов равны можно ли утверждать , что вектора равны?
4. Что называется произведением вектора $\overline{а }$ ( a1:a2) на число К?
5. Каким равенством связанны коллинеарные векторы ?
6. Что такое орты ?
7. Чему равно скалярное произведение двух векторов?
8. Признак перпендикулярности двух векторов.
9. Как можно соединить сопротивления в электрической цепи?

Ответ даёт представитель команды первый поднявший руку. Неверный ответ может быть исправлен членом команды, но за это снимается 0,5 балла.

**2.2 Конкурс «Кто быстрей?»**

Одновременно всем командам даётся одна и та же задача. Всего задач 5. Побеждает тот, кто первым дал верный ответ. За каждую задачу - 1 балл.

1. Найдите координаты вектора $\overline{АD }$, если A( -3;4), D(-5;6)
2. Даны три точки А(2;2), С(0;2), В(-2;0). Найдите такую точку D(x;y), чтобы векторы $\overline{AB }$ и $\overline{CD }$ были равны.
3. Найдите координаты и длину вектора $ \overline{c }$ =$\overline{а } $-$ \overline{b } $если $\overline{a}$(1;-4),

 $\overline{b }$(-4;8)

1. Найдите абсолютную величину вектора $\frac{1}{2}\overline{a}$, если $\overline{а}$(-6;8)
2. На рисунке изображён равносторонний треугольник ABC со стороной a. Найдите скалярное произведение векторов:

А) $\overline{AB }$ и $\overline{AD}$; B) $\overline{AD}$ и $\overline{BD}$

В

A

D

С

**Ответы.**

1)$ \overline{АD }$(-2;2) 2) D(-4;0) 3)$ \overline{c }$(5;-12)I $\overline{c }$I=13. 4)I $\frac{1}{2}\overline{a}$I=5 5) а) $\overline{АВ}$ \* $\overline{АD}$ =$\frac{а^{2}}{4}$

$б)$ $\overline{AB}$ \*$\overline{BD}$ = 0

**2.3. Конкурс «Юные исследователи».**

Задача. В параллелограмме ABCD $\overline{AB}$ = $\vec{a}$, $\overline{AD}$ = $\vec{c}$. Выразите векторы

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CA}$ через $\vec{а}$ и $\vec{с}$.

$Ответ$: $\overline{BC}= \vec{c}$ ,$ \overline{CD}= \vec{-a}$, $\overline{AC }= \vec{a}+\vec{c}$, $\overline{BD}= \vec{c}-\vec{a}$, $\overline{CA}= -\vec{a}-\vec{c}$.

На конкурсе 2.3. Отводится время, которое назначает учитель в зависимости от уровня знаний учащихся. Ответы можно быстро проверить через ПК на экране.

* 1. **Подведение итогов.**

Преподаватель объявляет победителей конкурса, выставляет оценки.

1. **Объяснение нового материала «Комплексные числа»**

В современной математике, а так же в ряде разделов физики и техники помимо действительных чисел используются числа более общей природы, которые называются комплексными числами.

Решим уравнение х2 + 1 = 0; х2 = -1 не имеет корней так как нет такого действительного числа, квадрат которого был бы равен -1.

Задача решения квадратного уравнения вида х2 + в2 = 0 послужила одним из повода введения новых, так называемых мнимых чисел или комплексных чисел.

Введем новое число ***ί*** – мнимую единицу, обладающую тем символом, что квадрат его равен -1: ***ί 2*** = -1.

Определение: Числа вида а + $ϐί$, где а и в два действительных числа, называются комплексными. Число а- действительная часть; $ϐί$ - мнимая часть. Например: 3 + 2 ***ί***; $\frac{1}{2} $-***ί***$√2$*.*

Назовите действительную часть, мнимую часть и запишите свои два комплексных числа.

Два комплексных числа Z1 =a + $ϐί$ и Z2 = с + $dί$ являются равными тогда и только тогда, когда a = c и в = d.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Рассмотрим систему координат на плоскости

Любая точка на плоскости имеет две координаты. Пусть A( а;в)

A(a;в)

X

0

Y

A(a;в)

X

0

Y

в

 а

 Рассмотрим вектор $\overline{ОА}$, начало которого совпадает с началом координат.

Найдите координаты вектора $\overline{ОА}$.

Мы видим, что координаты вектора $\overline{ОА}$ совпадают с координатами точки А, с другой стороны комплексное число а+в ***ί*** определяется также парой чисел (а;в).

 Указанное соответствие приводит к следующей интерпретации комплексных чисел; каждое комплексное число а+в ***ί*** геометрически изображается на плоскости как точка А(а;в) или как вектор $\overline{ОА}$ с началом в начале координат и с концом в точке А с координатами (а;в).

Изобразим комплексные числа ; 3+4 ***ί***; -3+2 ***ί***; 3t; -2 ***ί***



Суммой двух комплексных чисел Z1 = а +в ***ί*** и Z2 = с+d ***ί*** называется комплексное число Z = (a+c) + (b +d) ***ί***

Например; (2+3 ***ί***) + (3- ***ί***)=(2+3) + (3-1) ***ί*** =5+2 ***ί***.

Найдите сумму (4-5 ***ί***)+(2+5 ***ί***); (2- ***ί***) + (-1 +3 ***ί***).

Рассмотрим геометрическое изображение комплексных чисел.

Пусть даны комплексные числа Z1=a+b ***ί*** и Z2=c+d ***ί*** и соответствующие им векторы $\overline{ОА}$ и $\overline{ОВ}$

 E

 M

 N

K

 C

 Y

 X

B(c;d]

 E

 M

 N

K

 C

 Y

 X

 А

Рассмотрим треугольник OBE и треугольник AKC

Докажите, что они равны.

OE=с; MN =AK=с; OM=a, тогда ON = a + c;

Аналогично видим CN=b+d;

Следовательно, точке C а, значит, и вектору $\overline{ОС}$ соответствует комплексное число Z=(a+c)+(b+d) ***ί*** =(a+b ***ί***)+(c+d ***ί***)=Z1+Z2

Найдите сумму комплексных чисел Z1 и Z2 аналитически и геометрически.

1)Z1= -2+ ***ί*** и Z2=3- ***ί***

Z1 = 2+3 ***ί*** t и Z2= 2-2 ***ί***

Разностью комплексных чисел Z1 = a+b ***ί*** и Z2 = с+d ***ί*** называется число

Z=(a-c)+(b-d) ***ί***

Например: Z1=4+5 ***ί***; Z2=-2+3 ***ί***

Z1-Z2= (4+2)+(5-3) ***ί*** =6+2 ***ί***

Z2

 Z1

y

 X

-Z1

3

 1

1

Придумайте сами 2 примера.

Геометрически это изображение следующим образом;

Z1-Z2=Z1+(-Z2)

Z1=3+ ***ί***; Z2=2-2 ***ί***.

Z1-Z2=(3-2) + (1+2) ***ί*** =1+3 ***ί***

Т.к. комплексные числа геометрически представляются векторами на плоскости, то все векторные физические величины могут быть охарактеризованы при помощи комплексных чисел. Особенно широкое применение комплексных чисел получили в электротехнике при расчёте электрических цепей.

Теория комплексных чисел является удобным инструментом в расчете параметров электрических схем переменного тока.

Синусоидальный переменный сигнал в общем виде : i=Im \* sin(ωt+α)

 Где : i – мгновенное значение тока, А

Im – амплитудное значение тока, А

ω- скорость изменения переменного сигнала (тока), рад/с

α – начальная фаза переменного сигнала, град(рад).

Выполнение операций сложения таких выражений требует сложных тригонометрических преобразований. В тоже время представление их в виде вектора, длина которого соответствует действующему значению сигнала, а угол поворота от начала отсчета – начальной фазе сигнала, дает возможность записать переменный сигнал в комплексном виде

 i=ia + ***ί*** ib = I \* cos α+ ***ί*** I \*sin α

Рассмотрим пример расчета общего тока в цепи :



Сумма токов в ветвях цепи, т.е. i=I1 + i2

Известно значение токов I1 и i2  в комплексном виде.

I1 = 6- ***ί*** 8

I2 = 10+ ***ί*** 10

Тогда i = I1 +i2 = 6 – ***ί*** 8 +10+ ***ί*** 10=162 ***ί***

Изобразим это же сложение в геометрической интерпретации:



Мы можем найти ток в любой ветви цепи, если знаем общий ток и ток в другой ветви.

I=16- ***ί*** 2

I1= 4+ ***ί*** 10

Используем выражение i2 = i- i1

I2 = 16- ***ί*** 2-(4+ ***ί*** 10)=16- ***ί*** 2-4- ***ί*** 10=12- ***ί*** 14.

Если известно комплексное выражение напряжения в этой схеме, то мы можем найти сопротивление схемы и каждого участка схемы, но это потребует умножать и делить комплексные числа. Эти действия мы освоим в дальнейшей работе.

 4. Закрепление нового материала

Студентам предлагается решить задачи из учебника самостоятельно. Преподаватель консультирует студентов. Решение задач, вызывающих затруднение при решении, рассматривается на доске.

Ю.М.Калягин и др. «Алгебра и начала математического анализа» 11 класс М. Просвещение 2012; стр.105 №247(1,3,7), №246(1,3,5), №268(1,3,5,7)

Зайчик М.Ю. Сборник задач и упражнений по теории электротехники М. Энергоатомиздат 1988 стр78 – задача 258( первая часть).

 5. Проверка усвоения нового материала.

Проводится фронтальный опрос, студенты задают вопросы друг другу.

Примерный перечень вопросов:

1) С какими новыми числами мы сегодня познакомились?

2) Что называется действительной и мнимой частью комплексного числа?

3) Какие комплексные числа называются равными?

4) Как можно геометрически изобразить комплексное число?

5) Как используются комплексные числа в электротехнике?

6) Какие преимущества получает исследователь электрических цепей при использовании комплексных чисел?

6. Подведение итогов, оценки.

Преподаватели оценивают работу студентов на уроке, объявляют оценки каждому студенту, благодарит студентов за проделанную работу.

 7. Домашнее задание.

«Алгебра и начала математического анализа» $18, 19, 22; №246(2,4) №247(2,4) №268(2,4,8)

Лоторийчук Е.А «Теоретические основы электротехники» стр.201-206

Зайчик М.Ю. Сборник задач и упражнений по теории электротехники

стр78 – задача 258( вторая часть).