

## ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ПО АЛГЕБРЕ

### Теоретические вопросы

1. Понятие производной. Таблица производных.
2. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
3. Дифференцирование постоянной и суммы, произведения и частного.
4. Производная сложной функции.
5. Условия возрастания функции на отрезке.
6. Условия убывания функции на отрезке.
7. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума.
8. Достаточные признаки максимума и минимума функции (изменение знака первой производной).
9. Наибольшее и наименьшее значения, функции, непрерывной на отрезке.
10. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточные условия выпуклости и вогнутости.
11. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба.
12. Асимптоты графика функции.

**Задача 1.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

1.1.  $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$

1.1.  $y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2.$

1.3.  $y = x - x^3, \quad x_0 = -1.$

1.4.  $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4.$

1.5.  $y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$

1.6.  $y = \sqrt[3]{x^2} - 20, \quad x_0 = -8.$

1.7.  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4.$

1.8.  $y = 8\sqrt[4]{x} - 70, \quad x_0 = 16.$

1.9.  $y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1.$

1.10.  $y = (x^2 - 3x + 6)/x^2, \quad x_0 = 3.$

$$1.11. y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 64.$$

$$1.12. y = (x^3 + 2)/(x^3 - 2), \quad x_0 = 2.$$

$$1.13. y = 2x^2 + 3, \quad x_0 = -1.$$

$$1.14. y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$$

$$1.15. y = 2x + \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1.$$

$$1.16. y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$$

$$1.17. y = x - 2x^3, \quad x_0 = 1.$$

$$1.18. y = x - 3x^2, \quad x_0 = -1.$$

$$1.19. y = x/2 - x^2, \quad x_0 = 2$$

$$1.20. y = \frac{1}{x} - x^2, \quad x_0 = 1$$

**Задача 2.** Вычислить значение производной данной функции в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.1. y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.2. y = (x^2 - 3x + 6)/x^2, \quad x_0 = 3.$$

$$2.3. y = x/(x^2 + 1), \quad x_0 = -2.$$

$$2.4. y = (x^2 - 2x - 3)/4, \quad x_0 = 4.$$

$$2.5. y = 2x/(x^2 + 1), \quad x_0 = 1.$$

$$2.6. y = (3x - 2x^3)/3, \quad x_0 = 1.$$

$$2.7. y = 2x + \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.8. y = 14\sqrt{x} - 15\sqrt[3]{x} + 2, \quad x_0 = 1.$$

$$2.9. y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.10. y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), \quad x_0 = 1.$$

$$2.11. y = x^2/10 + 3, \quad x_0 = 2.$$

$$2.12. y = (x^2 - 3x + 3)/3, \quad x_0 = 3.$$

$$2.13. y = 6\sqrt[3]{x} - 16\sqrt[4]{x}/3, \quad x_0 = 1.$$

$$2.14. y = 1/(3x + 2), \quad x_0 = 2.$$

$$2.15. y = \frac{1 + 3x^2}{3 + x^2}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.16. y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), \quad x_0 = 1.$$

$$2.17. y = \frac{x - 3x^3}{5 - x^2}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.18. y = 2(x - 2x^3) + \sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$$

$$2.19. y = \frac{x^2 - x}{1 - x^3} - 2x^3, \quad x_0 = -1.$$

$$2.20. y = \frac{\sqrt{x}}{2} + x - 2x^3, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 3.** Найти производную сложной функции.

$$3.1. y = 4tg(x - \frac{1}{x})$$

$$3.2. y = 2\sin(x + \cos x) - 3$$

$$3.3. y = tg(\sin x)$$

$$3.4. y = \sin(\pi x^2)$$

$$3.5. y = \sqrt{x^4 - 1}$$

$$3.6. y = ctg(x + x^2)$$

$$3.7. y = \cos(\sin x)$$

$$3.8. y = \sin \frac{1}{x^2}$$

$$3.9. y = \sqrt{\sin x}$$

$$3.10. y = \sqrt[4]{ctgx}$$

$$3.11. y = (x^3 - 2x)^{-2}$$

$$3.12. y = (1 - \cos x)^4$$

$$3.13. y = \cos \sqrt{x} - x$$

$$3.14. y = \cos(\sqrt{x} - x)$$

$$3.15. y = (x^5 - 3x^2 + 2)^7$$

$$3.16. y = \cos(x\sqrt{x})$$

$$3.17. y = ctg\sqrt{x}$$

$$3.18. y = ctg \frac{1}{x^2}$$

$$3.19. y = \sqrt{x^3 - 5x^2 + 11x - 3}$$

$$3.20. y = \sqrt{\sin x + \cos x}$$

**Задача 4.** Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$4.1. y = (3x^4 + 1)/x^3.$$

$$4.2. y = 4x/(x+1)^2.$$

$$4.3. y = 8(x-1)/(x+1)^2.$$

$$4.4. y = (1-2x^3)/x^2.$$

$$4.5. y = 4/(x^2 + 2x - 3).$$

$$4.6. y = 4/(3 + 2x - x^2).$$

$$4.7. y = (x^2 + 2x - 7)/(x^2 + 2x - 3).$$

$$4.8. y = 1/(x^4 - 1).$$

$$4.9. y = -(x/(x+2))^2.$$

$$4.10. y = (x^3 - 32)/x^2.$$

$$4.11. y = 4(x+1)^2/(x^2 + 2x + 4).$$

$$4.12. y = (3x - 2)/x^3.$$

$$4.13. y = (x^2 - 6x + 9) / (x - 1)^2.$$

$$4.14. y = (x^3 - 27x + 54) / x^3.$$

$$4.15. y = (x^3 - 4) / x^2.$$

$$4.16. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}.$$

$$4.17. y = (2x^3 + 1) / x^2.$$

$$4.18. y = (x - 1)^2 / x^2.$$

$$4.19. y = x^2 / (x - 1)^2.$$

$$4.20. y = (1 + 1/x)^2.$$

## Рекомендации по выполнению индивидуального задания

Для того чтобы успешно выполнить задание, необходимо сперва ответить на теоретические вопросы, приведенные выше. Для этого достаточно использовать конспекты, записанные в ходе уроков.

Исследование и построение графика проводится по схеме

1. Найти область определения функции.
2. Найти область ее значений.
3. Определить точки пересечения графика функции с осями координат.
4. Определить промежутки монотонности функции.
5. Найти точки экстремума.
6. Найти точки перегиба.
7. Определить промежутки выпуклости и вогнутости.
8. Определить точки разрыва.
9. По этим данным составить таблицу.
- 10.\* Найти асимптоты к графику функции с помощью пределов.
11. Построить график функции.

\* – задание является не обязательным, но желательно все же постараться его выполнить.

Работа может быть выполнена как в отдельной тетради, так и на скрепленных листах.

Оценка за работу выставляется с учетом исполнения учащимся всех выше перечисленных требований, полноты приведенных ответов и аккуратности выполнения заданий.