Макропроект по математике для учеников 8-9 классов

Выполнено учащимися 9 класса в 2012 году

 ***«Теорема Пифагора за страницами учебника»***

**Содержание работы над проектом (для учителя)**

1. Введение учащихся в проектную деятельность.
2. Определение и утверждение тематики проекта.
3. Создание рабочих групп, составление графика работы над проектом.
4. Подбор и анализ литературных источников.
5. Анализ и контроль процесса выполнения проекта (консультации).
6. Контроль над оформлением проекта.
7. Защита проекта.
8. Подведение итогов проекта.

**Содержание работы над проектом (для учеников)**

1. Получение информации о проекте.
2. Выбор темы проекта.
3. Составление индивидуального графика работы.
4. Обсуждение хода выполнения проекта.
5. Оформление проекта.
6. Предзащита в группе.
7. Доработка в проекте.
8. Защита проекта.

**Цель проекта:**

* + Обобщение и расширение знаний по теме «Теорема Пифагора».
	+ Вызвать интерес учащихся к математике через исторический материал.

**Задачи проекта:**

* закрепить уже имеющие знания;
* получение новых знаний на основе проектной деятельности;
* формирование у учащихся новых умений по самостоятельному добыванию и осмыслению знаний широкого круга;
* формирование у учащихся новых личностных качеств.

**Проблема проекта:**

**В чём заключается *простота – красота – значимость* теоремы Пифагора?**

Содержание:

1. Введение.
2. Биография. «Золотые стихи» Пифагора.
3. За легендой – истина.
4. История открытия теоремы.
5. Способы доказательства теоремы.
6. Применение и приложение теоремы.
7. Значение теоремы.
8. Литература.

1. Введение

 Трудно найти человека, у которого имя **Пифагора** не ассоциировалось бы с его теоремой. Пожалуй, даже те, кто в своей жизни навсегда распрощались с математикой, сохраняют воспоминания о «пифагоровых штанах» - квадрате на гипотенузе, равновеликом двум квадратам на катетах.

 Причиной такой популярности теоремы Пифагора триедина: это

*простота – красота – значимость.*

В самом деле, теорема Пифагора проста, но не очевидна. Это сочетание двух противоречивых начал придаёт ей притягательную силу, делает её красивой.

 Кроме того, теорема Пифагора имеет огромное значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу, и тот факт, что существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.), свидетельствует о гигантском числе её конкретных реализаций.

 В современных учебниках теорема сформулирована так «*В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов его катетов».*

 Во времена Пифагора она звучала так: *«Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».*

 О теореме Пифагора написано огромное количество научной литературы. В ней присутствуют в основном современные доказательства, написанные математическим языком, но в большинстве случаев они мало понятны человеку с небольшим багажом математических знаний.

Мы хотим доступнее преподнести материал учебника, используя следующие средства:

* различную дополнительную литературу;
* сайты Интернета (поисковые серверы: Yandex, Rambler).

 Основной метод, который мы использовали в своей работе, это метод систематизации и обработки данных.

Цель нашей работы:

* Показать значение теоремы Пифагора в развитие науки и техники многих стран и народов мира.
* Преподнести содержание теоремы в наиболее простой и интересной форме.

Задачи:

* Рассмотреть деятельность Пифагора в эпоху его жизни.
* Рассмотреть историю открытия теоремы Пифагора и легенды, связанные с его именем.
* Рассмотреть основные доказательства знаменитой теоремы.
* Рассмотреть применение и значение теоремы Пифагора.

2. Биография. «Золотые стихи» Пифагора

*Будь справедлив и в словах, и в поступках своих…*

*Пифагор (около570 – 500 лет до н.э.)*

 Древнегреческий философ и математик, прославившийся своим учением о космической гармонии и переселении душ. Предание приписывает Пифагору доказательство теоремы, носящей его имя.

 Письменных документов о Пифагоре Самосском, сыне Мнесарха, не осталось. А по более поздним свидетельствам трудно восстановить подлинную картину его жизни и достижений. (*Электронная энциклопедия: Star World.)* Известно, что Пифагор покинул свой остров Самос в Эгейском море у берегов Малой Азии в знак протеста против тирании правителя и уже в зрелом возрасте (по преданию в 40 лет) появился в греческом городе Кротоне на юге Италии. Пифагор и его последователи – пифагорейцы – образовали тайный союз, игравший немалую роль в жизни греческих колоний в Италии. Пифагорейцы узнавали друг друга по звёздчатому пятиугольнику – пентаграмме. Но Пифагору пришлось удалиться в Метапонт, где он и умер. Позднее во второй половине V в. до н.э., его орден был разгромлен.

 На учение Пифагора большое влияние оказала философия и религия Востока. Он много путешествовал по странам Востока: был в Египте, Вавилоне. Там Пифагор познакомился с восточной математикой.

 Пифагорейцы верили, что в числовых закономерностях спрятана тайна мира. Мир чисел жил для пифагорейца особой жизнью, числа имели свой

особый жизненный смысл. Числа, равные сумме своих делителей, воспринимались как *совершенные* (6, 28, 496, 8128); *дружественными* называлипары чисел, из которых каждое равнялось сумме делителей другого (например, 220 и 284). Пифагор впервые разделил числа на чётные и нечётные, простые и составные. В его школе были подробно рассмотрены пифагоровы тройки натуральных чисел, у которых квадрат одного равнялся сумме квадратов двух других.

 Пифагору приписывают высказывание: «Всё есть число». К числам (а он имел ввиду лишь натуральные числа) он хотел свести весь мир, и математику в частности. Но в самой школе Пифагора было сделано открытие, нарушавшее эту гармонию. Было доказано, что корень из 2 не является рациональным числом, т.е. не выражается через натуральные числа.

 Естественно, что геометрия была подчинена арифметике. Это ярко проявлялось в теореме, носящей его имя и ставшей в дальнейшем основой в применения численных методов геометрии. Позже Евклид вновь вывел на первое место геометрию, подчинив ей алгебру.

 Пифагорейцы знали правильные тела: куб, тетраэдр и другие.

 Пифагору приписывают систематическое введение доказательств в геометрию, создание планиметрии прямолинейных фигур, учение о подобии. С именем Пифагора связывают учение об арифметических, геометрических и гармонических пропорциях.

 Некоторые фундаментальные концепции, несомненно, принадлежат самому Пифагору. Первая из них – представление о космосе как о математически упорядоченном целом. Пифагор пришел к нему после того, как открыл, что основные гармонические интервалы, т.е. октава, чистая квинта и чистая кварта, возникают, когда длины колеблющихся струн относятся как 2:1, 3:2 и 4:3. Легенда гласит, что открытие было сделано, когда он проходил мимо кузнецы: имевшие разную массу наковальни порождали при ударе соотношения звучаний. Усмотрев аналогию между упорядоченностью в музыке, выражаемой открытыми им отношениями, и упорядоченностью материального мира, Пифагор пришёл к заключению, что математическими соотношениями пронизан весь космос. Попытка применить математические открытия Пифагора к умозрительным физическим построениям приводила к любопытным результатам. Так предполагалось, что каждая планета при своём обращении вокруг Земли издаёт, проходя сквозь чистый верхний воздух, или «эфир», тон определённой высоты. Высота звука меняется в зависимости от скорости движения планеты, скорость же зависит от расстояния до Земли. Сливаясь, небесные звуки образуют то, что получило название «гармонии сфер» или «музыки сфер», ссылки на которую нередки в европейской литературе.

 Ранние пифагорейцы считали, что Земля плоская и находится в центре космоса. Позднее они стали считать, что Земля имеет сферическую форму и вместе с другими планетами (к числу которых они относили Солнце) обращается вокруг центра космоса.

 В античности Пифагор был известен боле всего как проповедник определённого образа жизни. Центральным в его учении было представление о реинкарнации (переселении душ), что, разумеется, предполагает способность души переживать смерть тела, а значит её бессмертие. Поскольку в новом воплощении душа может переселиться в тело животного, Пифагор был противником умерщвления животных, употребления в пищу их мяса, и даже заявлял, что не следует иметь дело с теми, кто забивает животных или разделывает их туши. Насколько можно было судить по сочинениям Эмпедокла, разделявшего религиозные воззрения Пифагора, пролитие крови рассматривалось здесь в качестве первородного греха, за который душа изгоняется в бренный мир, где она блуждает, будучи заключена то в одно, то в другое тело. Душа страстно желает освобождения, но по невежеству неизменно повторяет греховное деяние.

 Избавить душу от нескончаемой череды перевоплощений может очищение. Простейшее очищение заключается в соблюдении некоторых запретов (воздержание от опьянения и др.) и правил поведения (почитание старших, законопослушание, негневливость и др.).

 Пифагорейцы высоко ценили дружбу, и по их понятиям всё имущество друзей должно быть общим. Немногим избранным предлагалась высшая форма очищения – философия, т.е. любовь к мудрости, а значит стремление к ней. Пифагор назвал себя не мудрецом, а любителем мудрости. С помощью этих средств душа приходит в соприкосновение с принципами космического порядка и становится им созвучной, она освобождается от своей привязанности к телу, его беззаконных и неупорядоченных желаний. Математика – одна из составных частей религии пифагорейцев, которые учили, что Бог положил число в основу числового порядка.

 Влияние пифагорейского братства в первой половине V в. до н.э. непрерывно возрастало. Но его стремление отдать власть «наилучшим» пришло в конфликт с подъёмом демократических настроений в греческих городах южной Италии. Вскоре после 450 г. до н.э. в Кротоне вспыхнуло восстание против пифагорейцев, которое привело к убийству и изгнанию многих, если не всех, членов братства. Впрочем, ещё в IV в. до н.э. пифагорейцы пользовались влиянием в южной Италии. Однако куда важнее для истории философии было создание пифагорейских центров в самой Греции. Их идеи были усвоены Сократом и превратились в широкое идейное движение, начатое Платоном и его учеником Аристотелем.

В последующие столетия фигура самого Пифагора была окружена множеством легенд:

* его считали перевоплощенным богом Апполоном,
* полагали, что у него было золотое бедро;
* он был способен появляться в одно и то же время в двух местах.

Отцы раннехристианской церкви отвели Пифагору почётное место между Моисеем и Платоном. Ещё в XVI в.были нередки ссылки на авторитет Пифагора в вопросах не только науки, но и магии. (*Электронная энциклопедия: Star World.)*

3. За легендой – истина

 Открытие теоремы Пифагора окружено ореолом красивых легенд. Прокл, комментируя последнее предложение I книги «Начал» Евклида, пишет: *«Если послушать тех, кто любит повторять древние легенды, то придётся сказать, что эта теорема восходит к Пифагору: рассказывают; что он в честь этого принёс в жертву быка».* Легенда эта прочно срослась с теоремой Пифагора и через 2000 лет продолжала вызывать горячие отклики.

Так, оптимист М.В. Ломоносов писал:

 *«Пифагор за изобретение одного геометрического правила Зевсу принёс на жертву сто волов. Но ежели бы найденные в нынешние времена от остроумных математиков правила по суеверной его ревности поступать, то едва бы в целом свете столько рогатого скота сыскалось».*

А вот ироничный Генрих Гейне видел развитие той же ситуации несколько иначе:

 *«Кто знает! Кто знает! Возможно душа Пифагора переселилась в беднягу кандидата, который не смог доказать теорему Пифагора и провалился из-за него на экзаменах, тогда как в его экзаменаторах обитают души быков, которых Пифагор, обрадованный открытием своей теоремы, принёс в жертву бессмертным богам».*

4. История открытия теоремы

 Обычно открытие теоремы Пифагора приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору (VI в. до н.э.). Но изучение вавилонских клинописных таблиц и древнекитайских рукописей показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора, возможно, за тысячелетия до него. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он **открыл доказательство этой теоремы.**

 В древнем Китае особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *«Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4».*

В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

 Также теорема Пифагора была обнаружена и в древнекитайском трактате «Чжоу – би суань цзинь», время создания которого точно неизвестно. В трактате утверждается, что в XV в. до н.э. китайцы знали свойства египетского треугольника, а в XVI в. до н.э. они знали общий вид теоремы

 Крупнейший немецкий историк математики Кантор считает, что равенство

32 + 42 = 52

Было известно уже египтянам ещё 2300 г. до н.э. во времена царя Аменемхета I.

Гарпедонапты или «натягиватели верёвок» строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

 Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмём верёвку длиною 12 м и привяжем к ней цветные полоски на расстоянии 3м от одного конца и 4м от другого. Прямой угол окажется заключенным сторонами в 3 и 4 м. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становится излишним, если воспользоваться деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент.

 Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммурапи, т.е. к 2000 г. до н.э., приводится приближённое вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой – на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующй вывод:

 *«Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но её систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку».*

 Геометрия у индусов, как у египтян и у вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около XVIII в. до н.э. О ней было известно и в древнеиндийском геометрическом трактате VII- V вв. до н.э. «Сульва сутра» («Правила верёвки»).

 Но несмотря на эти доказательства, имя Пифагора столь прочно сплавилось с теоремой Пифагора, что сейчас просто невозможно представить, что это словосочетание распадётся, как и легенды о нём.

6. Способы доказательства теоремы.

 Доказательство теоремы Пифагора учащиеся средних веков считали очень трудным и называли его Dons asinorum – ослиный мост, или elefuga – бегство «убогих», так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьёзной математической подготовки, бежали от геометрии. Слабые ученики, заучившие теоремы наизусть, без понимания и прозванные по этому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста. Из-за чертежей, сопровождающих теорему Пифагора, учащиеся называли её «ветряной мельницей», составляли стихотворения вроде «Пифагоровы штаны на все стороны равны», рисовали карикатуры.

**Простейшее доказательство.**