**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ**

Токарева Инна Александровна

МБОУ гимназия №1, Г. Липецк

«Формирование у учащихся математических понятий – одна из важнейших задач преподавания математики. Овладение основами наук немыслимо без овладения системой понятий этих наук. В большей мере это относится к математике. Вся постановка преподавания должна способствовать образованию правильных понятий». [1]

Мышление есть активный процесс отражения объективного мира в сознании человека.    Всякое явление,  любой  процесс   представляет собой единство содержания и формы. Структуру отдельных мыслей и их особых сочетаний называют формами мышления**.** Основными формами мышления являются понятия, суждения, умозаключения. Понятия являются одной из главных составляющих содержания любого предмета, в том числе и предметов математического цикла. Полноценное изучение математических понятий  систематизирует знания учащихся, способствует более глубокому освоению предмета. Первостепенная задача учителя математики при изучении любой темы – формирование понятийного аппарата темы.

***Понятие*** - форма мышления, в которой отражены существенные (отличительные) свойства объектов изучения. Понятие считается правильным, если оно верно отражает реально существующие объекты.

Каждое понятие может быть рассмотрено по содержанию и объему.  Содержание понятия раскрывается с помощью определения, объем - с помощью классификации. Посредством определения и классификации отдельные понятия организуются  в систему взаимосвязанных понятий.

***Содержание понятия*** - это множество всех существенных признаков данного понятия.

***Объем понятия*** - множество объектов, к которым применимо данное понятие.

Например, понятие «треугольник» соединяет в себе класс всевозможных треугольников (объем этого понятия) и характеристическое свойство - наличие трех сторон, трех вершин, трех углов (содержание понятия).

Роль понятий при изучении математики сложна и многообразна. С одной стороны, на понятия мы опираемся в процессе доказательства, с другой – во всяком доказательстве мы раскрываем понятия, углубляем и уточняем знания о понятиях. Само определение понятий также основывается на уже известных понятиях. Поэтому столь важна формулировка определения понятия, которая может быть дана различными способами. Отсюда следует, что одна из основных целей методики преподавания математике – выявить наиболее рациональные способы, с помощью которых можно дать определение того или иного понятия. От этого зависит, насколько хорошо у учащихся сформируется представление о новом понятии.

Методика сообщения определений учащимся обладает известными особенностями, которые объясняются спецификой самих математических предложений, называемых определениями. Выделяют два пути введения определения математических понятий: абстрактно-дедуктивный и конкретно-индуктивный.

***Введение понятий абстрактно-дедуктивным методом.*** При введении понятий органически связанных с уже известными учащимся понятиями можно применить абстрактно-дедуктивный метод. Особенность этого метода состоит в том, что каждое определение вводится сразу, в готовом виде, без предварительного разъяснения на конкретных примерах и образцах. Так, например, понятие квадратного уравнения можно ввести следующим образом:

1. Дать определение нового понятия (уравнение вида *аx2–bx+c*=0, где *а≠*0называется квадратным), мотивируя обозначающий его термин (наибольший показатель степени неизвестного равен двум; уравнение содержит квадрат неизвестного).
2. Рассмотреть частные (и особые) случаи выражения этого понятия (*x2+px+q*=0, *ax2+c*=0, *ax2+bx*=0, *ax2*=0), проведя своеобразную классификацию этого понятия. В данном случае классификация может быть такой:

Полное квадратное уравнение 

Приведенное квадратное уравнение 

Неполное квадратное уравнение









Привести некоторые контр примеры этого понятия (спросить, например, учащихся, будет ли уравнение вида *bx+с=*0 неполным квадратным уравнением).

1. Иллюстрировать введенное понятие конкретными примерами (*x2–7x+12*=0, 2*x2 – 32*=0 и т.д.), всякий раз проверяя, удовлетворяет ли каждое из конкретных проявлений этого понятия его определению.
2. Привести конкретные примеры приложения этого понятия (например, известную формулу  можно рассмотреть как квадратное уравнение ; использовать квадратное уравнение при решении текстовых задач).

***Введение понятий конкретно-индуктивным методом.*** Сущность конкретно-индуктивного метода заключается в том, что на основе рассмотрения частных примеров учащиеся подготавливаются к самостоятельному формулированию определения.

Например, ознакомление учащихся с простыми и составным числами можно провести следующим способом:

1. На доске написать такие два ряда чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, …

1. Выявление и отбор существенных признаков данных понятий. Например, учитель может дать учащимся такое задание: найти все делители каждого из чисел, содержащихся в первом ряду, и найти все делители каждого из чисел, содержащихся во втором ряду.
2. Формулировка определения этих понятий; первичное определение, внесение поправок, вторичное определение (учащиеся).
3. Четкое определение (учитель); повторение определения (учащиеся).

Таким образом, пользуясь конкретно-индуктивным методом, учитель дает учащимся такие конкретные примеры, в которых на первый план выступают существенные признаки данного понятия, и привлекает учащихся к этим признакам.

Конкретно-индуктивный метод находит большое применение в младших классах; в старших классах чаще применяют абстрактно-дедуктивный метод.

Кроме данных двух методов введения математических понятий существует еще один: Учащиеся готовятся к сознательному восприятию, к пониманию нового определения, формулировка которого им сообщается затем в готовом виде. При осуществлении данного метода и конкретно-индуктивного используется эвристический метод, в классе создается проблемная ситуация, которая способствует самостоятельному «открытию» учащимися новых знаний.

В одних случаях можно составить такие упражнения, чтобы на их основе учащиеся легко и быстро сформулировали определение нового понятия. В других случаях этого добиваться не стоит, достаточно ограничиться подготовкой к восприятию нового определения. Например, приступая к изучению геометрической прогрессии, учитель предлагает следующие упражнения.

Выпишите несколько первых членов последовательности (*хn*) , у которой *х1=*2, *хn+1=xn∙*3. Такая последовательность называется геометрической прогрессией. Попытайтесь сформулировать определение геометрической прогрессии.

Упражнение учащиеся выполняют свободно, опираясь на аналогию с уже известным им определением арифметической прогрессии. Когда же вводится понятие арифметической прогрессии, то путем дополнительных вопросов также можно добиться самостоятельного формулирования учащимися определения. Но здесь на аналогию они не опираются, так как с подобным определение встречаются впервые. Поэтому с целью экономии учебного времени лучше изменить упражнение, исключив из него требование о самостоятельном формулировании определения, например:

Выпишите несколько последовательных членом последовательности (*хn*), у которой *х1=*4, *хn+1=xn+*3. Далее учитель говорит, что такая последовательность называется арифметической прогрессией, и сам сообщает ее определение.

Таким образом, метод ознакомления учащихся с новым определением выбираю в зависимости от характера изучаемого материала, наличие учебного времени, уровня развития учащихся и других факторов.

Учитывая, что упражнения являются основным средством формирования понятий в средней школе, сопоставим в виде схемы каждый этап формирования понятия и соответствующие ему виды упражнений:

|  |  |
| --- | --- |
| **Этапы формирования понятия** | **Упражнения, реализующие их** |
| Мотивация введения понятия | Упражнения на применение изученных понятий и теорем.  Упражнения практического характера. |
| Выделение существенных свойств понятия | Упражнение на построение объектов, удовлетворяющих указанным свойствам. |
| Усвоение логической структуры определения понятия | Упражнения с моделями фигур.  Упражнения на распознавание объектов, принадлежащих объему понятия.  Упражнения на выделение следствий из определения понятия.  Упражнения на дополнение условий (распознавание и выведение следствий). |
| Применение понятия | Упражнения на составление родословной понятия. |
| Установление связей изучаемого понятия с другими понятиями | Упражнения на применение понятия в различных ситуациях.  Упражнения на систематизацию понятий. |

Итак, формирование понятия осуществляется в несколько этапов:

1. мотивация (подчеркивается важность изучения понятия, активизируется  целенаправленная деятельность школьников, возбуждается интерес к изучению понятия с помощью привлечения средств нематематического содержания, выполнения специальных упражнений, объясняющих необходимость развития математической теории);

2. выявление существенных свойств понятия (выполнение упражнений,  где выделяются существенные свойства изучаемого понятия);

3. формулировка определения понятия  (выполнение действий на распознавание объектов, принадлежащих понятию, конструирование объектов, относящихся к объему понятия).

Библиографический список:

1. Никитин В.В., Рупасов К.А. Определения математических понятий в курсе средней школы: Пособие для учителей. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1963.
2. Груденов Я.И. Изучение определений, аксиом, теорем: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1981.
3. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе.//Математика в школе. 1998 - №6 – с.27.