**Множество рациональных чисел.**

Представления о числах у человечества складывались постепенно под влиянием требований практики.

***Натуральные числа 1, 2, 3, …*** появились в связи с необходимостью подсчета предметов, то есть с необходимостью ответить на вопрос: «Сколько элементов содержит данное множество?». Например, пересчитав книги, стоящие на полках книжного шкафа, мы говорим, что на первой полке 5 книг, на второй полке 8 книг и т.д.

Если же одна из полок книжного шкафа свободна от книг (на ней могут находиться тетради или другие предметы), то мы говорим, что на этой полке 0 (нуль) книг.

Если к множеству всех натуральных чисел  присоединить число 0, то получим ***множество неотрицательных целых чисел*** .

Одних только неотрицательных целых чисел для решения задач, поставленных практикой, а значит, и математических задач, отражающих данную реальную ситуацию, оказалось недостаточно. Например, температуру воздуха в шесть градусов тепла и шесть градусов мороза характеризуют соответственно  и . Числа  и  называются *противоположными числами.*

Натуральные числа, числа, противоположные натуральным, и нуль составляют ***множество  целых чисел***.

Во множестве целых чисел определены операции сложения, вычитания и умножения, в результате этих операций всегда получится целое число. Операция деления во множестве целых чисел определена не для любых двух целых чисел. Например, число 2 нельзя разделить на число 3 так, чтобы в результате получилось целое число.

Решение практических задач, связанных с делением и измерением величин, привело к необходимости расширения множества целых чисел, введения ***дробных чисел.***

Целые и дробные числа составляют ***множество  рациональных чисел***.

Дадим более полное описание множества рациональных чисел.

***Положительными рациональными числами*** называются числа вида , где  и  – натуральные числа. Такие числа называются еще ***положительными обыкновенными дробями***. Число  называется ***числителем*** дроби, а число  – ***знаменателем*** дроби.

Числа вида , где  и  – натуральные числа, называются ***отрицательными рациональными числами.*** Их еще называют ***отрицательными обыкновенными дробями.***

Любое отрицательное и положительное целое число можно представить в виде обыкновенной дроби, у которой знаменатель равен 1. Например,

, .

Число 0 можно представить в виде обыкновенной дроби, у которой числитель равен нулю:



Две обыкновенные дроби считаются равными, если одна из них получается из другой умножением числителя и знаменателя на одно и то же натуральное число. Например,

, .

Для любых двух обыкновенных дробей определены операции сложения, вычитания, умножения и деления (кроме деления на нуль).

Множество всех обыкновенных дробей (положительных, отрицательных и равных нулю) образует множество  рациональных чисел.

***Действия с обыкновенными дробями***

***ПРИВЕСТИ ПРИМЕРЫ!!!***

1. Приведение дробей к общему знаменателю.

2. Сложение, вычитание дробей с одинаковыми и разными знаменателями.

3. Сложение и вычитание смешанных чисел.

4. Умножение и деление обыкновенных дробей.

***Представление рациональных чисел десятичными дробями.***

Если знаменатель обыкновенной дроби равен натуральной степени числа 10, то эту дробь можно записать в виде *конечной десятичной дроби*. Например,

; ; ;

; .

Очевидно, любую конечную десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной дроби, причем после сокращения ее знаменатель не имеет других простых делителей, кроме 2 и 5.

**ПРИМЕР 1**: Записать в виде несократимых обыкновенных дробей следующие десятичные дроби:

  

Решение:







Если знаменатель дроби не имеет других простых делителей, кроме 2 и 5, то эту дробь можно представить конечной десятичной дробью. Для этого нужно числитель и знаменатель дроби умножить на соответствующие степени чисел 2 и 5.

**ПРИМЕР 2**: Записать в виде десятичных дробей следующие обыкновенные дроби:

  

Решение:

;

;



Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби имеет простой делитель, отличный от 2 и 5, то эта дробь не может быть записана в виде конечной десятичной дроби. Применив к ней способ «деления уголком», мы не получим конечную десятичную дробь.

Например,

 

где точки означают, что цифра 3 периодически повторяется бесконечно много раз. Аналогично,

  .

Выражения вида     называются *бесконечными десятичными дробями*.

**Бесконечные периодические дроби.**

Бесконечная десятичная дробь называется периодической, если у нее, начиная с некоторого места, все десятичные знаки периодически повторяются.

Например,

    .

Для записи бесконечных периодических десятичных дробей имеется специальное обозначение. Например, вместо  пишут .

Аналогично,

.

Число, записанное в скобках, называется ***периодом*** рассматриваемой дроби.

Поэтому дроби , ,  читаются соответственно так: «нуль целых и три в периоде», «минус нуль целых и три в периоде», «три целых, сто двадцать пять тысячных и семьдесят восемь в периоде».

***Каждое рациональное число представимо в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.***

Например, рациональное число  представляется в виде десятичной периодической дроби , причем для получения такого представления достаточно разделить число 5 на 11:

5 11

44 0,45

60

55

5

Получив остаток, равный 5, мы можем дальше не вести вычислений, так как остатки и цифры в частном будут повторяться. Поэтому , то есть имеем «нуль целых и сорок пять в периоде».

***Каждое рациональное число представимо в виде бесконечной периодической десятичной дроби.***

Например,

;



;

.

**Правило перевода бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.**

*Чтобы обратить периодическую дробь в обыкновенную, надо из числа стоящего до второго периода, вычесть число, стоящее до первого периода, и записать эту разность числителем, а в знаменателе написать цифру 9 столько раз, сколько цифр в периоде, и после девяток дописать столько нулей, сколько цифр между запятой и первым периодом.*

Например, обратить периодическую дробь в обыкновенную:  
а) 0,(3);  б) 0,2(1);  в) 0,2(19);  г) 3,(73)  д) 2,2(41).

Решение:

а) ; б) ; в) ;

г) ; д) .

**СПОСОБ 2:**

