Муниципальное бюджетное образовательное учреждение

Средняя общеобразовательная школа №12

Московская область г. Коломна, ул. Зелёная, д.3

**Учебно – методический проект**

**«Формирование навыков математического моделирования**

 **у учащихся 5-6 классов»**

 **Автор проекта**: учитель математики

 высшей квалификационной категории

 Быкова Елена Анатольевна

2014г

**Цели проекта:**

1)Обоснование и реализация методики формирования навыков математического моделирования у учащихся 5-6 классов.

2) Обобщение опыта работы учителей математики и личного опыта работы по формированию навыков математического моделирования у учащихся 5-6 классов.

3)Систематизация приёмов и методов, направленных на формирования навыков математического моделирования.

**Гипотеза проекта:**

Одной из важных задач курса обучения детей математике является овладение детьми моделированием. Согласно теории поэтапного формирования умственных действий работа с моделями составляет обязательный и очень важный этап овладения умственными действиями.

**Работа по решению задач проекта:**

1.Изучение методической литературы по данной теме.

2.Изучение опыта работы учителей математики по данному вопросу.

3.Подбор упражнений и задач для 5-6 классов, приводящих к формированию навыков математического моделирования.

4.Апробация приёмов и методов, направленных на формирование навыков математического моделирования на параллелях 5-6 классов.

**Оглавление:**

1.Введение.

2.Теоретические основы математического моделирования.

3.Функции и цели обучения математическому моделированию в школе.

4.Приёмы формирования навыков математического моделирования в 5-6 классе.

5.Подбор упражнений направленных на формирование навыков математического моделирования.

6.Вывод.

7.Используемая литература.

.

**1. Введение.**

Значительное место в курсе математики занимают текстовые задачи. На их решение тратится значительная часть учебного времени. Но, несмотря на это, именно решение задачи вызывает трудность у учащихся на всех ступенях обучения. Анализируя результаты контрольных срезов, экзаменационных работ ЕГЭ и ГИА, мы видим, что самое большое количество ошибок возникает при решении текстовых задач, а некоторые учащиеся вообще не приступают к их решению. Размышляя над причинами это ситуации, я пришла к выводу, что эти причины следует искать в методике обучения решению задач.

**2. Теоретические основы математического моделирования.**

У каждой дисциплины свои объекты изучения, свои методы познания реальной действительности.

Развитие у учащихся правильных представлений о природе математики и отражении математической наукой явлений и процессов реального мира является программным требованием к обучению математике.

Изучая математику в 5–6 классе необходимо сформировать понимание учащимися того, что математика – предмет, позволяющий правильно ориентироваться в окружающей действительности; предмет, который реальные процессы описывает на особом математическом языке, познакомить учащихся с некоторыми символами, правилами математического языка.

 Термины: математический язык, математическая модель нужно вводить, не давая им строгого обоснования, надо дать учащимся возможность привыкнуть к этим терминам и включить их в свой рабочий словарь, то есть заложить фундамент математического языка.

Математический язык — это совокупность всех средств, с помощью которых можно выразить математическое содержание. К таким средствам относятся логико-математические символы, графические схемы, геометрические чертежи, система научных терминов вместе с элементами естественного (обычного) языка.  Математический язык  играет роль универсального языка, специально предназначенного для лаконичной точной записи различных утверждений. Конечно, все, что можно описать языком математики, поддается выражению на обычном языке, но тогда изъяснение может оказаться чересчур длинным и запутанным. Математический язык служит источником моделей, алгоритмических схем для отображения связей, отношений и процессов, составляющих предмет естествознания. С одной стороны, любая математическая схема или модель - это упрощающая идеализация исследуемого объекта или явления, а с другой - упрощение позволяет ясно и однозначно выявить суть объекта или явления.

 Понятие «модель» возникло в процессе опытного изучения мира, а само слово «модель» произошло от латинских слов «modus», «modulus», означающих меру, образ, способ.

Моделирование тесно связано с такими категориями, как абстракция, аналогия, гипотеза и др. Процесс моделирования обязательно включает и построение абстракций, и умозаключения по аналогии, и конструирование научных гипотез.

Математической моделью называют описание какого-либо реального процесса или некоторой исследуемой ситуации на языке математических понятий, формул и отношений.

Математическое моделирование является важнейшим видом знакового моделирования и осуществляется средствами языка математики.

Изучая математику в 5-6 классах необходимо сформировать у учащихся понимание сути термина «математическое моделирование». Привести примеры, показывающие, как может математика описывать реальные процессы на особом математическом языке в виде математических моделей. Познакомить учащихся с этапами математического моделирования и выработать умение применять полученные знания на практике.

На сегодняшний день наиболее распространенной является трехэтапная схема мате­матического моделирования:

*I этап:*Перевод предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, то есть построение математической модели задачи (формали­зация);
*II этап:*

Решение задачи в рамках математической теории (решение внутри модели);
*III этап:*

Перевод полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформули­рована исходная задача (интерпрета­ция полученного решения).

Овладение школьниками умением моделировать предполагает поэтапное овладение ими конкретными предметными умениями: представлять задачу в виде таблицы, схемы, числового выражения, формулы (уравнения), чертежа и уметь осуществлять переход от одной модели к другой.

**3.Функции и цели обучения математическому моделированию в школе.**

Выделяют следующие дидактические функции ма­тематического моделирования:
*1. Познавательная функция.*
 Целью этой функции является формирование познавательного образа изучаемого объек­та. Это формирование происходит постоянно при переходе от просто­го к сложному.

*2. Функция управления деятельностью учащихся.*
Математичес­кое моделирование предметно и потому облегчает ориентировоч­ные, контрольные и коммуникационные действия. Ориентировочным действием может служить, например, построение чертежа, соответ­ствующего рассматриваемому условию, а также внесение в него до­полнительных элементов.
Контролирующие действия направлены на обнаружение ошибок при сравнении выполненного учащимися чертежа (схемы, графика) с помещенными в учебнике или на выяснение тех свойств, кото­рые должны сохранить объект при тех или иных преобразова­ниях.
Коммуникационные действия отвечают той стадии реализации функции управления деятельностью учащихся, которая соответству­ет исследованию полученных ими результатов.

*3. Интерпретационная функция.*
Известно, что один и тот же объект можно выразить с помощью различных моделей.

Рассмотрение каждой из этих моделей является ее интерпретацией; чем значимей объект, тем желательней дать больше его интерпрета­ций, раскрывающих познавательный образ с разных сторон.

Можно также говорить об *эстетических функциях* моделирова­ния, а также о таких, как *функция обеспечения целенаправленно­го внимания учащихся, запоминания и повторения учащимися учебного материала* и т. д.
Применение нескольких функций математической модели спо­собствует наиболее плодотворному мышлению учащегося, так как его внимание легко и своевременно переключается с модели на полу­ченную с ее помощью информацию об объекте и обратно. Такое переключение сводит к минимуму отвлечение умственных усилий учащихся от предмета их деятельности.

**4.Приёмы формирования навыков математического моделирования в 5-6 классе.**

Наиболее благоприятным для начала изучения математического моделирования является 5 – 6 класс, так как именно  в этот период у школьников происходят определенные психические изменения. В зависимости от того, как школьники будут относиться к учебной деятельности, как они научатся самостоятельно овладевать знаниями, такими и будут их дальнейшие успехи в обучении. Вопросы, изучаемые в курсе математики 5 – 6 классов, составляют фундамент, на котором строится дальнейшее обучение как математике, так и другим предметам. От уровня знаний и умений, сформированных в 5 – 6 классах, зависит успешное овладение всем курсом математики. В процессе изучения математического моделирования в это время учащиеся знакомятся с теоретическими фактами, идет формирование основных математических понятий, показ применения математических фактов на практике. Поэтому на этом этапе у школьников складывается определенное отношение к решению задач, а значит и к математике в целом.
Обучение с применением моделирования повышает активность мыслительной деятельности учащихся, помогает понять задачу, самостоятельно найти рациональный путь решения, установить нужный способ проверки, определить условия, при которых задача имеет или не имеет решение.

Одним из ключевых понятий, встречающихся на уроках математики, является понятие «алгебраическое выражение». На уроках математики в 5 классе в целях пропедевтики данного понятия рассматривается понятие буквенное выражение. С помощью буквенных выражений учащиеся учатся записывать законы математических действий. Буквенные выражения находят применение и при описании реальных ситуаций: составление математических моделей. В процессе работы учащиеся видят, что буквенные выражения возникают при решении задач, когда какие-то данные в их условиях могут меняться, с их помощью можно записать зависимость между различными величинами. В этом случае используются такие виды буквенных выражений как формулы и уравнения.

 Сюжетные задачи есть первый класс задач, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов.

 В совершенно различных, на первый взгляд, задачах можно обнаружить, что их решение практически одинаково. Например, если на столе лежат 2 банана, 2 апельсина и яблоко, как найти общее число фруктов? Конечно, 2 + 2 + 1 = 5. Но ведь точно также мы можем определить и число уроков в среду, зная, что по расписанию будет два урока труда, две математики и история.
В этих двух непохожих ситуациях мы использовали одну и ту же математическую модель, складывая не фрукты и не предметы, а натуральные числа.
Рассмотренный пример, настолько прост и нагляден, что понятен даже пятиклассникам, и становится ясно, что с помощью модели решать задачу будет проще, но еще не понятно, что именно представляет собой математическая модель.

Поэтому учащимся надо предложить задачи, основной сутью которых является отработка навыка перевода реальных ситуаций на математический язык.
Такими задачами являются задачи со следующими формулировками:

1.Составь выражения для ответа на вопросы задач.
2.Придумай задачи, в которых математической моделью являются следующие выражения.
3.Среди данных задач найди такие задачи, математические модели которых совпадают.

4.Построй математическую модель.
5.Составь схему к задаче.

6.Переведи условие задачи с русского языка на математический.
7.Составь таблицу по условию задачи.

8.Запиши математическую модель задачи, используя для обозначения неизвестных величин буквы *x* и *y.*

После перевода задачи на математический язык поиск решения сводится *к работе с математическими моделями* – к вычислениям, преобразованиям, рассуждениям.

В 6 классе продолжается обучение методу математического моделирования. При изучении темы «Решение уравнений» рассматриваются различные по сюжету задачи, которые решаются с помощью уравнений. Но прежде чем приступить к решению задач, нужно дать ответ на вопрос: «Для чего решают задачи?» и прийти к выводу, что, решая задачи, мы учимся строить математические модели реальных ситуаций. Далее начинается работа с тремя этапами математического моделирования:
1)     построение модели;
2)     работа с моделью;
3)     практический вывод.
Распространенным видом математических моделей являются уравнения. В соответствии с этапами моделирования решение задач с помощью уравнений состоит также из трех этапов:
1)     составление уравнения;
2)     решение уравнения;
3)     ответ на вопрос задачи.
Учащиеся обучаются выбирать переменные, составлять уравнения, решать их и анализировать результат.

**5.Подбор упражнений направленных на формирование навыков математического моделирования.**

**1.Составь выражения для ответа на вопросы задач:**

1) В автобусе ехали ***а*** человек. На остановке 5 человек вышли, а 7 человек вошли. Сколько человек стало в автобусе?

2) Масса гуся 4 кг, а масса утки на ***m*** кг меньше. Какова масса гуся и утки вместе?

3)У Сергея ***а*** орехов, у Пети ***b*** орехов, а у Андрея ***с*** орехов. Они сложили их и поделили поровну. Сколько оказалось у каждого?

4)Три арбуза весят вместе ***а*** кг. Один из них весит ***b*** кг, а второй – на ***с*** кг тяжелее первого. Сколько весит третий арбуз.

5)Таня шла сначала по шоссе ***а*** км, а потом по посёлку ***b*** км. С какой скоростью шла Таня, если весь путь занял ***t*** часов?

6)Автомобиль проходит расстояние ***х*** км за 2 часа, а автобус – за 3 часа. На сколько скорость автобуса меньше скорость автомобиля?

7)За ***х*** руб. можно купить 3 м ситца или 2 м полотна. На сколько рублей полотна дороже ситца?

8)Бассейн, вмещающий ***х*** м3 воды, наполняется через большую трубу за 2 часа, а через маленькую – за 3 часа. На сколько скорость заполнения бассейна через маленькую трубу меньше, чем через большую?

**2. Придумайте задачи, математической моделью которой является выражение:**

1) ;

2);

3);

4).

**3. Среди данных задач найди такие задачи, математические модели которых совпадают:**

1) Расстояние от села Волково до деревни Зайцево ***a*** км, а от деревни Зайцево до города – в 2 раза больше. Грузовик проехал от села Волково до города через Зайцево со скоростью ***b*** км/ч. сколько времени он был в пути?

2)Ширина прямоугольника ***а*** м, а длина в 2 раза больше. Длину уменьшили на

***b*** м. Чему стала равна площадь прямоугольника?

3)За ***b*** часов работы один автомат закрывает ***а*** банок, а другой в 2 раза больше. Сколько банок закроют они вместе за 1 час?

**4. Построй математическую модель задачи.**

1)В доме пятиклассника Юры П. жил прожорливый кот. За год ему скормили

***а*** кг свежего мяса, колбасы – в 6 раз меньше, чем мяса, а “Вискаса” – в 5 раз меньше, чем мяса и колбасы вместе. Сколько всего мяса, колбасы и “Вискаса” скормили коту за год?

*Построй математическую модель задачи, и найди ответ при данных значениях букв:*

2)Купили 3 батона хлеба и 2 кг яблок. Один батон стоит ***а*** руб, а 1 кг яблок стоит ***b*** руб. Сколько стоит вся покупка? (***а***=24, ***b*** =50).

3)Через одну трубу в бассейне вливается ***m*** л воды в минуту, а через другую –

 ***n*** л воды в минуту. Сколько литров воды поступит в бассейн за 15 минут работы обеих труб? (***m***=75, ***n***=45).

4)За 3 м шерстяной ткани и ***с*** м шелка заплатили 4200 руб. сколько стоит 1 м шелка, если 1 м шерстяной ткани стоит ***d*** рублей? (***d***=800, ***c***=2).

*Обозначь наименьшую из величин переменной* ***х*** *и построй математическую модель задачи. Найди* ***х*** *и ответь на поставленный вопрос.*

5)Жар- птица повадилась в саду воровать золотые яблоки. Во второй день она унесла в 4 раза больше яблок, чем в первый, а в третий день – в 2 раза больше, чем во второй. Сколько яблок унесла жар- птица за все три дня, если в третий день она унесла 24 яблока?

6) Три девицы под окном пряли поздно вечерком. Вторая девица спряла в 2 раза больше пряжи, чем первая, а третья – в 3 раза больше, чем первая. Все вместе они спряли 4 кг 800 г пряж. Сколько пряжи спряла в этот вечер каждая девица?

**5. Переведи условие задачи на математический язык и найди решение методом проб и ошибок.**

1)Площадь прямоугольника равна 68 дм2 , а длина больше ширины на 13 дм. Каковы стороны этого прямоугольника?

2)Найти периметр прямоугольника, площадь которого составляет 32 м2, а ширина в 2 раза меньше длины.

3)Площадь прямоугольника равна 64 дм2, а его длина в 4 раза больше ширины. Каков периметр прямоугольника?

**6.Реши задачу методом перебора.**

*Обозначь переменной* ***х*** *цифру десятков, а переменной* ***y*** *цифру единиц двузначного числа. Построй математическую модель задачи и найди её решение методом перебора.*

1)Задумано двузначное число, которое на 66 больше произведения своих цифр. Какое число задумано?

2)Произведение цифр двузначного числа на 25 меньше самого числа. Какое это число?

3)Сумма цифр двузначного числа на 19 меньше их произведения. Найди это число.

*Переведи условие задачи на математический язык и реши её методом перебора.*

4)36 карандашей разложили поровну в несколько коробок. Если бы коробок было на 2 меньше, то в каждую пришлось на 3 карандаша больше. Сколько было коробок и сколько карандашей в каждой коробке?

5)В секции фигурного катания 60 человек. Для занятия их разделили поровну на несколько групп. Если бы групп было на одну больше, то в каждой было бы на 3 человека меньше. Сколько было групп и сколько человек в каждой группе?

**6.Вывод.**

Решение текстовых задач с помощью математического моделирования включает учащихся в продуктивную деятельность, развивает конкретное и абстрактное мышление, содействует формированию у них умения находить связи между данными и искомыми, умение строить цепочку правильных рассуждений, сравнивать и делать выводы, т.е. способствуют развитию мышления учащихся.

Решать задачи на основе математического моделирования нужно начинать на ранних этапах обучения, то есть уже в 5 – 6 классах или еще раньше (в начальной школе). Так как это создаёт предпосылки для более осознанного изучения математики, формирования диалектико-материалистического стиля мышления и повышения интереса к самой науке математике.

Научившись моделировать, дети перестанут испытывать страх перед задачей, будут пытаться справиться с задачей любой сложности, и будут достигать положительных результатов.

**7.Литература.**

1.Пойа, Д. Математическое открытие. — М.: «Наука», главная редакция физико-математической литературы, 1979, с. 448.

2.Фридман, Л. М. Учитесь учиться математике: книга для учащихся. — М.: Просвещение, 2000, с. 66.

3.Фридман, Л. М. Наглядность и моделирование в обучении  / Л. М. Фридман. – М.: Знание, 1984. – 80 с.

4.Целищева, И. Моделирование в текстовых задачах / И. Целищева, С. Зайцева // Приложение к газете «1 сентября». Математика, 2002, №33 – 34.

5. Горстко, А. Б. Познакомьтесь с математическим моделированием [Текст] / А. Б. Горстко. – М.: Знание, 1991. – 160 с.