**Основы теории комплексных чисел.**

Числовые множества. Необходимость расширения понятия числа.

Одним из основных понятий математики является понятие числа. Это понятие прошло длительный путь развития, обогащаясь новым содержанием.

Исторически первыми возникли в практике и были введены в науку натуральные числа, которые являются инструментом для счета количества отдельных предметов. Они образуют бесконечное множество, которое обозначается N.

Затем возникла необходимость введения отрицательных чисел в ходе практической деятельности человека (понятие долга). Целые отрицательные числа вмести с натуральными и числом 0 образуют бесконечное множество Z.

Далее потребности введения долей единицы и количества этих долей (например, для измерения длин отрезков) привели к возникновению множества рациональных чисел (множества периодических дробей) – Q.

Потребность практики, а также внутренние потребности самой математики, ее логического развития, показали недостаточность множества рациональных чисел для решения различных задач.

Например,

Такие числа получили название иррациональных.

Поэтому появилась необходимость создать новое расширенное множество чисел, в котором для каждой точки числовой прямой находилось бы числовое значение и в котором решалось бы любое уравнение вида xn = a. Такое множество получило название действительных или вещественных чисел R.

Каждое предыдущее множество содержится в последующем:

$$N\in Z\in Q\in R$$

Развитие науки и практики показало недостаточность введенного множества R. На этом множестве неразрешимо простейшее уравнение

Чтобы избавиться от этого, было введено обозначение

Полученное число i было названо мнимой единицей.

*Историческая справка.*

**1545 г. –** итальянский математик **Джироламо Кардано** при решении кубических уравнений впервые случайно получил мнимые числа

**1748 г. –** русский математик **Леонард Эйлер** нашел соотношение **еix = cos x + i∙sin x**

**1803 г. –** французский математик **Лазар Никола Карно** ввел понятие комплексного числа.

**1835 г. –** немецкий математик **Карл Фридрих Гаусс** обосновал существование комплексного числа.

**Определение.** *Мнимой единицей* *i* называется число, квадрат которого равен -1.

**Определение**. *Комплексным числом* называется число вида а + i∙b, где а и b – действительные числа. Число а называется *действительной частью комплексного числа*, b – *мнимой частью комплексного числа*. (НО НЕ i∙b !!!)

Существуют два частных случая:

**Определение.** Запись числа в видеа + i∙b называется *алгебраической формой записи комплексного числа*.

**Определение**. Два комплексных числа называются равными, если равны их мнимые и действительные части.

**Определение**. Комплексное число а - i∙b называется *комплексно сопряженным* к комплексному числу а + i∙b.

**Определение**. Комплексные числа а + i∙b и - а - i∙b называются *противоположными*.

Операции над комплексными числами

в алгебраической форме записи.

**1. Сложение**.

**Правило**. Чтобы сложить два комплексных числа в алгебраической форме записи нужно сложить их мнимые и действительные части.

(a1 + ib1) + (a2 + ib2) =

(3 + 5i) + (-2 + 7i) =

**2. Вычитание**.

**Правило**. Чтобы вычесть два комплексных числа в алгебраической форме записи нужно вычесть соответственно их мнимые и действительные части.

(a1 + ib1) - (a2 + ib2) =

(3 + 5i) - (-2 + 7i) =

**3. Умножение**.

**Правило**. Чтобы умножить два комплексных числа в алгебраической форме записи нужно умножить их почленно и привести к алгебраической форме записи.

(a1 + ib1) ∙ (a2 + ib2) =

(3 + 5i) ∙ (-2 + 7i) =

**4. Деление**.

**Правило**. Чтобы разделить одно комплексное число на другое нужно оба числа помножить на комплексно сопряженное к делителю и выполнить действия.

$$\frac{a\_{1}+ib\_{1}}{a\_{2}+ib\_{2}}=$$

$$\frac{3+2i}{1-4i}=$$

Задания.

1. Какие из следующих чисел равны?

-0,3 + 0,2i

$$-\frac{3}{10}-\frac{1}{5}i$$

0,3 - 0,2i

$$-\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$$

-0,6 + 0,4i

$$-\frac{3}{10}-\frac{1}{5}i$$

1. Какие из следующих чисел являются действительными? Чисто мнимыми?

-2

2 + 0i

0 + 2i

-2i

3 – 5i

0

7i

4

-4 + 2i

i

1. Найти все сопряженные и противоположные к данным комплексным числам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Числа | 3 + i | 3 - i | -3 + i | -3 - i | 3  | -3  | -i | i |
| Сопряженные |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Противоположные  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Найти действительные х и у, чтобы выполнялось равенство:

a). – 2 + 5ix – 3iy = 9i + 2x – 4y

б). (1 + i)x + (1 - i)y = 3 – i

в). (2 + 3i)x + (2 – 3i)(x + y) = 7 – 8i

ДЗ. Виленкин Н.Я. Алгебра 11 № 326(1), 327, 328(1,2,4,5,14)