

**Диагностическая работа  
по подготовке к ЕГЭ**

**по МАТЕМАТИКЕ**  
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант МА00409  
профильный уровень

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

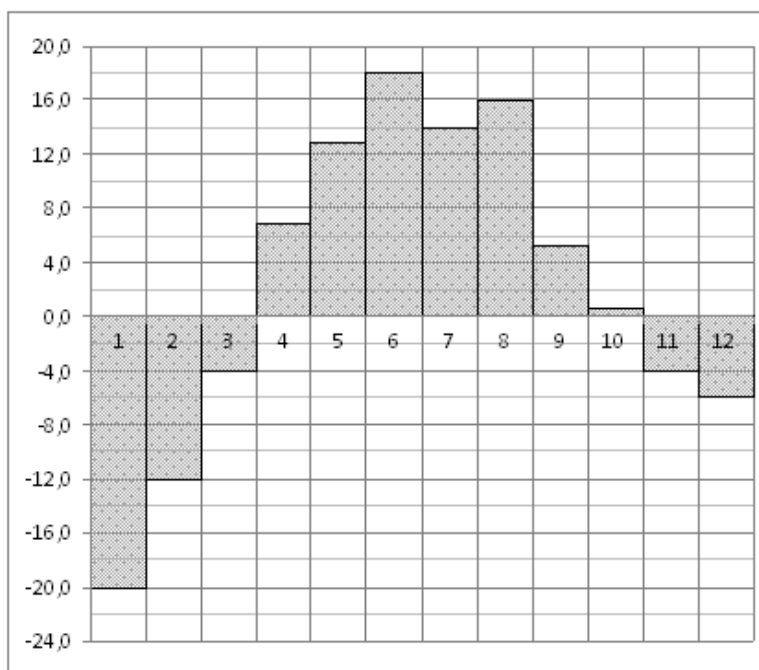
**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия март был в среднем холоднее августа.



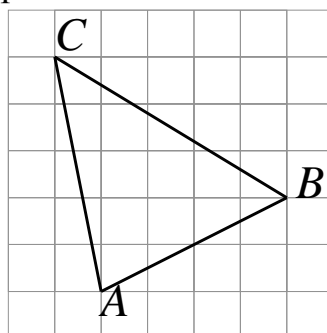
Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9350 руб., рубашку ценой 850 руб. и подтяжки ценой 950 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

- 1) И. купит все три товара сразу.
  - 2) И. купит сначала пиджак и рубашку, а подтяжки получит за сертификат.
  - 3) И. купит сначала пиджак и подтяжки, а рубашку получит за сертификат.
- В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите медиану треугольника  $ABC$ , проведённую из вершины  $C$ , если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: \_\_\_\_\_.

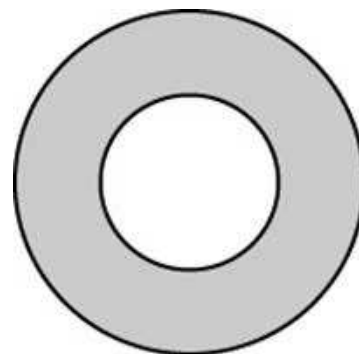
**5** Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 4^x$ .

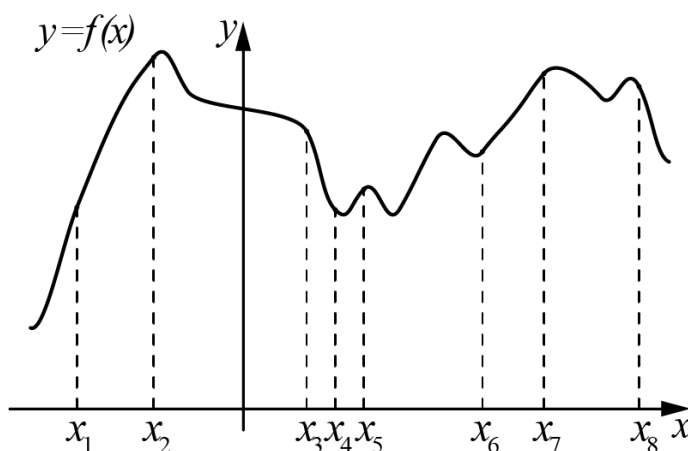
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны  $\frac{9}{\sqrt{\pi}}$  и  $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$ .



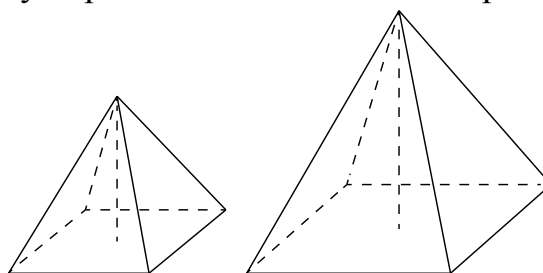
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****10**

Найдите значение выражения  $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + \sin^2 146^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

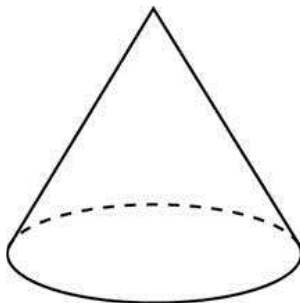
**11**

Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $g(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна  $500\,000$  руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13**

Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна  $12$  км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна  $101$  км/ч, и через  $20$  минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{4}{x} - x$  на отрезке  $[-2,5; -1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15** а) Решите уравнение  $\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**16** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E = 6EA$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) Докажите, что плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 4:3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ .

**17** Решите неравенство  $\frac{81^x + 2 \cdot 25^{x \log_5 3} - 5}{(4x-1)^2} \geq 0$ .

**18** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны стороны  $AC = 15$ ,  $BC = 8$ . Окружность радиуса 2,5 с центром  $O$  на стороне  $BC$  проходит через вершину  $C$ . Вторая окружность касается катета  $AC$ , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем  $\frac{1}{4}$  длины катета  $AC$ .

б) Найдите радиус второй окружности.

**19** Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**21** В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 50, а вместе солдат меньше чем 120. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 11 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?





**Диагностическая работа  
по подготовке к ЕГЭ**

**по МАТЕМАТИКЕ**  
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант МА00410  
профильный уровень

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

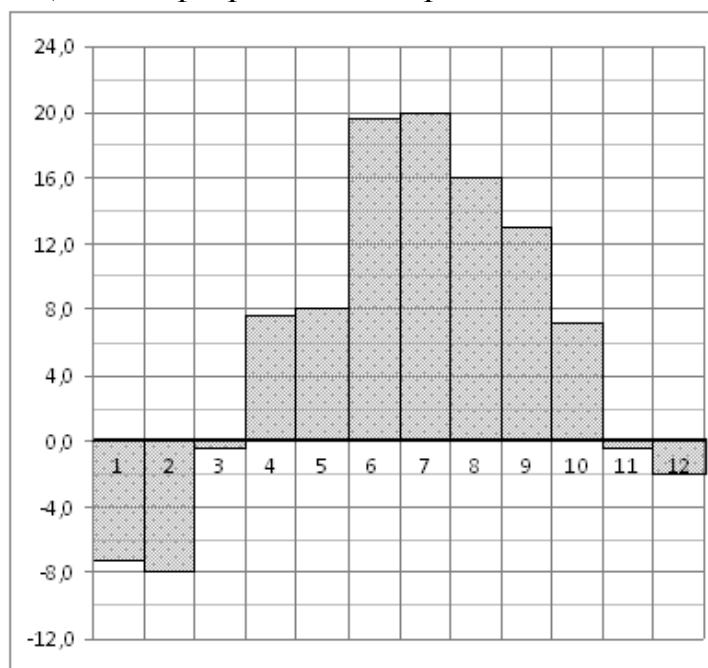
**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 4 раза в день в течение 16 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия февраль был в среднем холоднее июля.



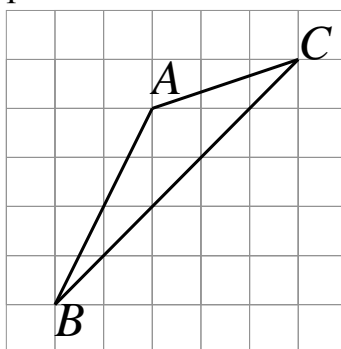
Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9600 руб., жилет ценой 720 руб. и перчатки ценой 820 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

- 1) И. купит все три товара сразу.
  - 2) И. купит сначала пиджак и жилет, а перчатки получит за сертификат.
  - 3) И. купит сначала пиджак и перчатки, а жилет получит за сертификат.
- В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите медиану треугольника  $ABC$ , проведённую из вершины  $C$ , если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: \_\_\_\_\_.

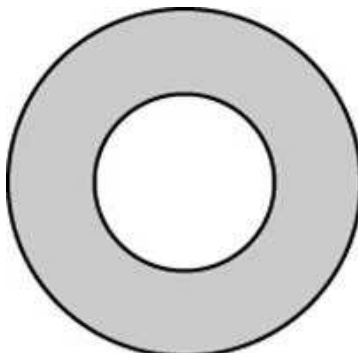
**5** Какова вероятность того, что в случайно выбранном телефонном номере последняя цифра чётная, а предпоследняя — нечётная?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} = 8^x$ .

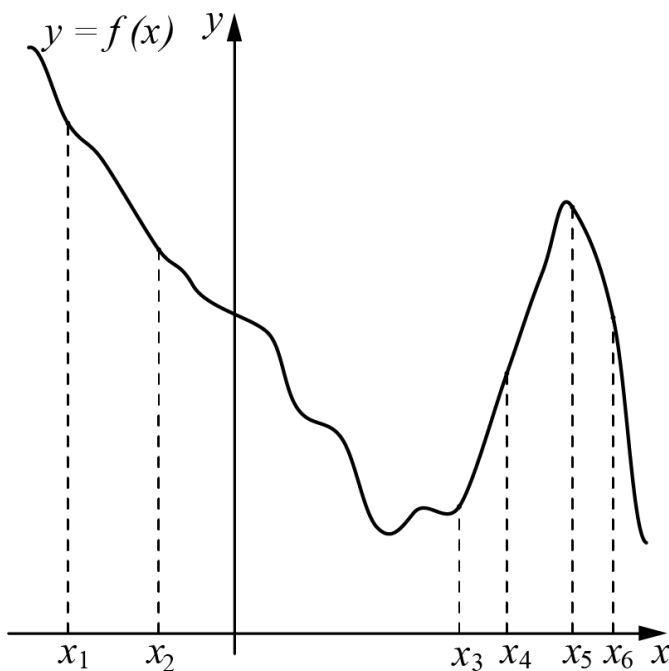
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$  и  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ .



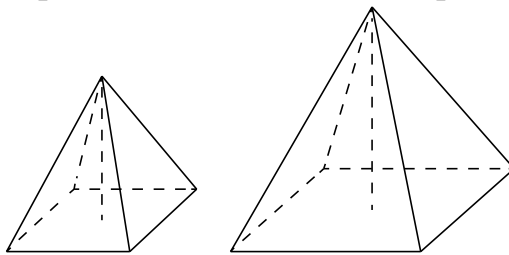
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и шесть точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 9. У второй пирамиды высота в 1,5 раза больше, а сторона основания в 2 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

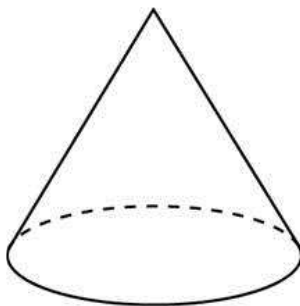
- 10 Найдите значение выражения  $\frac{-4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 400$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 200$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 600\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $g(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 900 000 руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Площадь боковой поверхности конуса в  $\sqrt{2}$  раз больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13** Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 22 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 113 км/ч, и через 30 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 14** Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{9}{x} + x$  на отрезке  $[1; 4,5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 15** а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

- 16** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E = 4EA$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $AD = 16$ ,  $AA_1 = 20$ .

а) Докажите, что плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 3:2.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ .

- 17** Решите неравенство  $\frac{8 \cdot 7^x - 4^{x \log_2 7} - 11}{(2x-1)^2} \geq 0$ .

**18** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны стороны  $AC=12$ ,  $BC=5$ . Окружность радиуса  $0,5$  с центром  $O$  на стороне  $BC$  проходит через вершину  $C$ . Вторая окружность касается катета  $AC$ , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем  $\frac{1}{5}$  длины катета  $AC$ .
- б) Найдите радиус второй окружности.

**19** Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс.рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y+1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x+y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**21** В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46, а вместе солдат меньше чем 111. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

- а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.
- б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?
- в) Сколько в роте может быть солдат?

