Задания школьного тура олимпиады по математике 2014-2015 уч. год

**5 класс**

**5.1.** На уроке физкультуры мальчики построились в шеренгу. Потом между каждыми двумя мальчиками встала девочка. Всего в шеренге оказалось 25 детей. Сколько мальчиков стояло в шеренге?

**5.2.** Замените буквы A, B, C, D цифрами так, чтобы получилось верное равенство АААА + ВВВ + CC + D = 2014.

**5.3.** Составьте из шести прямоугольников 7x1, 6x1, 5x1, 4x1, 3x1, 2x1 и квадрата 1x1 прямоугольник, у которого каждая сторона больше 1.

**5.4.** В 9.00 Юра вышел из дома и пошёл по прямой дороге со скоростью 6 км/ч. Через некоторое время он развернулся и с той же скоростью пошёл домой. В 12.00 Юре оставалось до дома два километра. На каком расстоянии от дома он развернулся? Объясните, как был найден ответ.

**5.5.** Кот Матроскин прикинул, что он может выложить пол квадратной комнаты квадратной плиткой, и ему не понадобится ни одну из них разрезать. Сначала он положил плитки по краям комнаты, и на это у него ушло 84 плитки. Сколько всего ему надо иметь плиток, чтобы покрыть весь пол?

**6 класс**

**6.1.** Как разложить гирьки весом 1, 2, ..., 9 г в три коробочки так, чтобы в первой было две гирьки, во второй – три, в третьей – четыре, а суммарный вес гирек в коробочках был одинаковым?

**6.2.** Мальчик по чётным числам всегда говорит правду, а по нечётным всегда врёт. Как-то его три ноябрьских дня подряд спрашивали: «Как тебя зовут?». На первый день он ответил: «Андрей», на второй: «Борис», на третий: «Виктор». Как зовут мальчика? Объясните, как вы рассуждали.

**6.3.** Мышь, мышонок и сыр вместе весят 180г. Мышь весит на 100г больше, чем мышонок и сыр вместе взятые. Сыр весит в три раза меньше, чем мышонок. Сколько весит каждый из них? Ответ нужно подтвердить вычислениями.

**6.4.** Как разрезать квадрат на семь треугольников, среди которых есть шесть одинаковых?

**6.5.** Есть 24 палочки. Длина первой палочки – 1 см, второй – 2 см, …, двадцать четвёртой – 24 см (длина каждой следующей палочки на 1 см больше длины предыдущей). Как, использовав все эти палочки, составить три различных квадрата? Ломать палочки нельзя, каждая палочка должна входить только в один квадрат.

**7 класс**

**7.1**. К Васе пришли его одноклассники. Мама Васи спросила у него, сколько пришло гостей. Вася ответил: «Больше шести», а стоявшая рядом сестренка сказала: «Больше пяти». Сколько было гостей, если известно, что один ответ верный, а другой нет?

**7.2.** В ящике 25 кг гвоздей. Как с помощью чашечных весов и одной гири в 1 кг за два взвешивания отмерить 19 кг гвоздей?

**7.3.** У Пети есть четыре орешка. Он всеми возможными способами брал по три орешка и взвешивал их на весах. Получилось 9 г, 14 г, 16 г и 18 г. Сколько весил каждый орешек? Требуется найти все решения задачи и доказать, что других нет.

**7.4.** Квадрат состоит из одного внутреннего квадрата (чёрного) и четырех равных белых прямоугольников (см. рис. 1). Периметр каждого прямоугольника равен 40 см. Найдите площадь чёрного квадрата.

Рис. 1

**7.5.** Можно ли выложить в ряд 30 шариков – белых, синих и красных – так, чтобы среди любых двух идущих подряд шариков был хотя бы один белый, среди любых трёх идущих подряд – хотя бы один синий, а среди любых пяти идущих подряд – хотя бы один красный? Ответ объясните.

**8 класс**

**8.1.** У Васи в кошельке лежало немного денег. Вася положил в кошелек еще 49 рублей, и сумма денег в кошельке увеличилась в 99 раз. Сколь денег стало у Васи в кошельке?

**8.2.** Имеется 30 бревен длинами 3 и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаны длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно.)

**8.3.** Число *a* таково, что прямые *y* = *ax* + 1, *y* = *x* + *a* и *y* = 3 различны и пересекаются в одной точке. Каким может быть *a*?

**8.4.** В треугольнике ABC проведена медиана AD. Найдите углы треугольника ABC, если *ADC* = 120, *DAB* = 60.

**8.5.** На смотре войска Острова лжецов и рыцарей (лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду) вождь построил всех воинов в шеренгу. Каждый из воинов, стоящих в шеренге, сказал: «Мои соседи по шеренге – лжецы». (Воины, стоящие в концах шеренги, сказали: «Мой сосед по шеренге – лжец».) Какое наибольшее число рыцарей могло оказаться в шеренге, если на смотр вышли 2005 воинов?

**9 класс**

**9.1.** Если в произведении двух чисел первый множитель увеличить на 1, а второй уменьшить на 1, то произведение увеличится на 2011. Как изменится произведение исходных чисел, если, наоборот, первый множитель уменьшить на 1, а второй увеличить на 1?

**9.2.** Коммерсант Вася занялся торговлей. Каждое утро он покупает товар на некоторую часть имеющихся у него денег (возможно, на все имеющиеся у него деньги). После обеда он продает купленный товар в 2 раза дороже, чем купил. Как нужно торговать Васе, чтобы через 5 дней у него было ровно 25 000 рублей, если сначала у него была 1000 рублей?

**9.3**. Даны ненулевые числа *x*, *y* и *z*. Чему может равняться значение выражения 

**9.4.** В конце каждого урока физкультуры учитель проводит забег и даёт победителю забега четыре конфеты, а всем остальным ученикам – по одной. К концу четверти Петя заслужил 29 конфет, Коля – 32, а Вася – 37 конфет. Известно, что один из них пропустил ровно один урок физкультуры, участвуя в олимпиаде по математике; остальные же уроков не пропускали. Кто из детей пропустил урок? Объясните свой ответ.

**9.5.** Угол между двумя высотами остроугольного треугольника *ABC* равен 60°, и точка пересечения высот делит одну из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Докажите, что треугольник *ABC* равносторонний.

**10 класс**

**10.1.** Садовод-исследователь в течение июля и августа наблюдал за своей яблоней. За каждый месяц каждое яблоко увеличивает вес в 1,5 раза, но при этом 20% хороших яблок становятся червивыми. Как и на сколько процентов изменился общий вес хороших яблок в конце августа по сравнению с началом июля, если в начале июля ни одного червивого яблока не было?

**10.2.** В конце каждого урока физкультуры учитель проводит забег и даёт победителю забега три конфеты, а всем остальным ученикам – по одной. К концу четверти Петя заслужил 29 конфет, Коля – 30, а Вася – 33 конфеты. Известно, что один из них пропустил ровно один урок физкультуры, участвуя в олимпиаде по математике; остальные же уроков не пропускали. Кто из детей пропустил урок? Объясните свой ответ.

**10.3.** Найдите произведение

(sin0– cos0)(sin1– cos1)…(sin89– cos89)(sin90– cos90).

**10.4.** На сторонах *BC* и *BA* треугольника *ABC* выбраны соответственно точки *D* и *E* так, что *DE**AC* . Оказалось, что биссектрисы углов *AED* и *EDC* пересекаются в точке *F* , лежащей на стороне *AC* . Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник *ABC* , является центром окружности, описанной около треугольника *EDF* .

**10.5.** Числа *a*, *b* подобраны так, что  Найдите 

**11 класс**

**11.1.** Числа *x* , *y* , *z* и *t* таковы, что 3 *x* > *y* , 3 *y* > *z* , 3 *z* > *t* , 3 *t* > *x* . Докажите, что *xyzt* > 0 .

**11.2.** Положительные числа *a*,*b*, *c* таковы, что точка *K*(1;2) расположена ниже графика

параболы *y= ax2* *bx* *c*. Определите, как эта точка расположена по отношению к графику параболы *y= cx2* *bx* *a*.

**11.3.** Найдите произведение (tg21– 3)(tg22– 3)…(tg288– 3)(tg289– 3).

**11.4.** Может ли сумма 100 последовательных натуральных чисел оканчиваться той же цифрой, что и сумма следующих 98 чисел?

**11.5.** Четырёхугольник *ABCD* вписан в окружность. На продолжении диагонали *BD* за точку *D* выбрана точка *F* такая, что *AF**BC* . Докажите, что окружность, описанная около треугольника *ADF* , касается прямой *AC* .