Государственное бюджетное

профессиональное образовательное учреждение

«Краснодарский колледж электронного приборостроения»

Краснодарского края

**Тригонометрические уравнения:**

**методы решений и отбор корней.**

Учебно-методическое пособие.

 Разработано преподавателями математики

 ГБПОУ КК ККЭП

 Коваленко Т.Е.

 Конопкиной Е.Б.

 Тупчиевой Е.А.

 Рассмотрено и одобрено

 на заседании ЦК математики

 и информатики

 Протокол №\_ \_от \_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_\_г.\_

 Председатель ЦК\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 Малышевская М.В.

Краснодар

2015

Настоящее учебно- методическое пособие предназначено для студентов СПО и учащихся старших классов. Может быть использовано преподавателями на занятиях для изучения нового материала, а так же для систематизации знаний и отработки полученных знаний на практике. В начале каждой главы дается теоретический материал с примерами по решению уравнений определенного типа. Далее предлагаются задания для самостоятельной работы. В последней главе предлагаются тренировочные варианты с ответами.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2ч. Ч.1

Учебник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень).- 14-е изд. – М.: Мнемозина, 2013.- 400с.

2. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Математика ЕГЭ 2011. Типовые задания С1. Отбор корней в тригонометрических уравнениях. <http://alexlarin.net/ege/2011/C12011.pdf>

3.Ященко И.В., С.А. Шестаков, А.С. Трепалин. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2015 году. Базовый и профильные уровни. Методические указания. – М.: МЦНМО,2015.- 288с.

4. Бородуля И.Т. Тригонометрические уравнения и неравенства: Кн. Для учителя.-М.: Просвещение, 1989.-239с.

СОДЕРЖАНИЕ

1.Тригонометрические уравнения: методы решений (стр. 4).

1.1. Простейшие тригонометрические уравнения (стр. 4).

1.2. Уравнения, сводимые к алгебраическим уравнениям

(стр. 13).

1.3.Однородные уравнения (стр. 17).

1.4.Уравнения, решаемые разложением на множители (стр. 22).

1.5.Уравнения, решаемые с помощью формул понижения

степени (стр. 27).

1.6. Уравнения вида (стр. 30).

2.Отбор корней в тригонометрических уравнениях (стр. 38).

 2.1. Отбор корней при помощи числовой окружности (стр. 38).

 2.2. Отбор корней при помощи двойного неравенства (стр. 40).

 2.3. Отбор корней при помощи перебора значений целочисленного параметра (стр. 41).

 2.4. Непосредственная подстановка корней в уравнение и имеющиеся ограничения (стр. 42).

3.Приложение 1.Тренировочные варианты (стр. 47).

**1.ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ: МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ**

**1.1. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ**

Вспомним некоторые факты.

1)Пусть точка М на единичной числовой окружности соответствует числу t, тогда абсциссу точки М называют косинусом числа t, а ординату точки называют синусом числа t. (Рисунок 1.1)

Если М(t) = M(x;y), то x = cost, y = sint.

Причем



Рисунок 1.1

2)Отношение синуса t числа к косинусу этого же числа называют тангенсом числа t и обозначают tgt. Отношение косинуса t числа к синусу этого же числа называют ткоангенсом числа t и обозначают сtgt.

3)Если ,то arccos*a* (арккосинус а) – это такое число из отрезка, косинус которого равен *а*

Для любого выполняется

**Пример.** *arccos 1 =,* *arccos .*

4) Если ,то arcsin*a* (арксинус а) – это такое число из отрезка, синус которого равен *а.*

**Пример.** *arcsin 1 =,* *arcsin .*

 Для любого выполняется arcsin (- *a*) = - arcsin *a*

5) arctg*a* – это такое число из промежутка (-, тангенс которого равен *а.*

Для любого *а* arctg (-*a*) = - arctg*a*

6) arcctg*a* – это такое число из промежутка (0, котангенс которого равен *а.*

Для любого *а* arctg (-*a*) = - arctg*a*

***sin x = a*** (Рисунок 1.2)



Рисунок 1.2

Если то решений нет.

Если то решение находим по формулам

|  |
| --- |
|  |

или объединяя оба этих решения, получим

|  |
| --- |
|  |

**Частные случаи решения уравнения .**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Sinx =0,****E:\_рисунки\рис3-1.tif* | ***sinx = - 1******E:\_рисунки\рис3-3.tif*** | ***sinx = 1****E:\_рисунки\рис3-2.tif* |

**Примеры.** Решить уравнения.

а)sin x =

**Решение:**

**Ответ:**

б) sin x =

**Решение:**

**Ответ:**

в) sin 2x = 0

Решение: 2х =

Ответ:

***cos x = a*** (Рисунок 1.3)



Рисунок 1.3

Если то решений нет.

Если то решение находим по формулам

|  |
| --- |
|  |

или объединяя оба этих решения, получим

|  |
| --- |
|  |

**Частные случаи решения уравнения.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  ***cosx = 0***E:\_рисунки\рис4-1.tif | ***cosx = - 1***E:\_рисунки\рис4-3.tif | ***cosx = 1***E:\_рисунки\рис4-2.tif |

**Примеры.** Решить уравнения.

а) cos x =

Решение:

.

б) cos x = -

Решение:

.

в) cos (x -

***Решение:*** x -

 х =

***Ответ:***

***tg x = a***

При решении тригонометрических уравнений необходимо помнить:

***ctg x = a***

Примеры. Решить уравнения.

а)tg x ***=***

Решение:
; х =

Ответ:

б)ctg x = -1

Решение:

***x =***

***x =***

*x =*

Ответ:

**Тренировочные упражнения**

**I уровень**

1.sin x =1 11. cos x = 1

2.cos x = -1 12. sin x = -1

3.cos x = 0 13. sin x = 0

4.2sin(-x) = 0 1 4. 5cos(-x) = 0

5.3ctg (-x) = 0 1 5. 2tg(-x) = 0

6.2cos x = 1 16. 2sin x = 1

7.2sin x =  17. 2cos x =

8.3tg x =  18. 2tg x = 2

9.2cos x = - 19. 2sin x = - 

102sin x = – 1 20. 2cos x = - 1

**Ответы:**

1.  + 2πn, nZ 11. 2πn, nZ
2. π + 2πn, nZ 12. -  + 2πn, nZ
3.  +πn, nZ 13. πn, n Z
4. πn, nZ 14.  + πn, nZ
5.  + πn, nZ 15. πn, nZ
6. + 2πn, nZ 16. (-1)n  + πn, nZ
7. (-1)n  + πn, nZ 17. +2πn, n Z
8.  + πn, nZ 18.  + πn, nZ
9.  + 2πn, nZ 1 9. (-1)n+1+πn, nZ
10. (-1)n+1+πn, nZ 20. +2πn, nZ

**II уровень**

1. sin x = 1 11. cos = 1
2. sin () = 0 1 2. cos () = 0
3. cos 2x = - 1 1 3. sin 3x = - 1
4. tg (2π – x) = 1 1 4. tg (π – x) = 1
5. 2sin 0,5x = 1 15. 2cos 0,5x = 1
6. cos 4x = - 16. sin 4x = -
7. tg ( - 2x) = - 17. tg ( - 2x) = -
8. ctg 4x = 18. ctg 3x = -
9. sin = - 19. cos  = - 
10. ctg 3x = - 1 20. ctg 4x = 1

**Ответы:**

1.π + 4πn , 11. 4πn, 

2. +  ,  12. , 

3. + πn , 13. -  + , 

4.-  + πn,  14. -  + πn, 

5. (- 1)n + 2πn ,  15.  + 4πn, 

6. ,  16. ( - 1)n+1, 

7.,  17.  

8. 18. 

 9. (- 1)n+1 19. 

10. 20. 

**1.2. УРАВНЕНИЯ, СВОДИМЫЕ К АЛГЕБРАИЧЕСКИМ**

Это уравнения, приводимые к одной и той же функции относительно одного и того же аргумента.

Тригонометрические уравнения уже сведены к алгебраическим уравнениям. Сделав замену получим квадратные уравнения, , , . Решив каждое из них, найдем sint, cost, tgt, ctgt. Вместо переменной t в уравнениях может стоять любая функция.

Уравнения,

 можно свести к алгебраическим, применив формулы и

**Примеры.** Решить уравнения.

1)

Решение. Пусть Тогда

,

 или

Ответ:
2)

Решение.

Пусть Тогда

,

 не удовлетворяет условию следовательно не является корнем уравнения.

.

3)

Решение. . Пусть

y =1

х =

Ответ:

**Для самостоятельной работы.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант №1**Решить уравнения:*1. – 5sin x – 7 = 0**2.12 + 20cos x – 19 = 0**3. – 7sin x – 5 = 0**4. + 5sin x + 5 = 0**5. – 10cos x + 7 = 0**6. + 7sin x – 1 = 0**7. + cos x – 5 = 0**8. – 17sin x – 16 = 0* | **Вариант №2**Решить уравнения:*1. 3 – 7sin x + 4 = 0**2. – 11cos x – 10 = 0**3. – 7cos x +6 = 0**4. + 10cos x – 10 = 0**5. – 17sin x + 6 = 0**6. – 12cos x – 12 = 0**7.8 + 14cos x – 9 = 0**8. 3 + 5sin x + 5 = 0* |

**Ответы: вариант №1**1);

3) (–1)*n* + 1 ⋅ π + π*n;* 4) ;

 6) (–1)*n* + 1 ⋅ π + π*n,; 7)*; 8) (–1)*n* + 1 ⋅ π + π*n*

**вариант №2** 1); 2) 3)

5) (–1)*n* + 1 ⋅ π + π*n; 6)* ; 7;

 8)

**1.3. ОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Уравнения

Называют однородными относительно sint и cost. Сумма показателей степеней при sint и cost у всех членов такого уравнения одинакова. Эта сумма называется степенью однородного уравнения. Рассмотренные уравнения имеют первую, вторую и третью степени. Делением на где *к* степень однородного уравнения, уравнение приводится к алгебраическому относительно tgt.

Рассмотрим уравнение .(1)

Разделим его на , получим .(2)

 При уравнения (1) и (2) равносильны, так как

Если же , то из уравнения (1) видно, что и , что невозможно, так как противоречит основному тригонометрическому тождеству (sinx и cosx при одном и том же значении x в нуль не обращаются.)

Уравнение (3) в таком виде не является однородным, но его можно привести к однородному.

Т.к.1=, то

Разделим его на , получим

 (4)

При уравнения (3) и (4) равосильны. Из уравнения (4) находим , а затем соответствующее значение *x.*

**Примеры.** **Решить уравнения.**

1)

**Решение.** Разделим обе части уравнения на , получим , ,

Ответ:

2)

**Решение.** Разделим его на , получим

 .

Пусть tgx = y, тогда , .

; или

Ответ: ;

3)

**Решение**.

 = 0

Разделим его на , получим

 . Пусть = y, тогда

 , .

; или

Ответ: ;

4)

**Решение.** В условии не указано, что, а поэтому делить на

нельзя, так как можно потерять корни. В этом случае мы имеем неполное однородное уравнение, которое решается разложением на множители левой части.

2); Разделим обе части уравнения на , получим ; ;

Уравнение можно решить иначе. Если , то , и уравнение можно разделить на . Получим

ctgx(ctgx +1) = 0; 1)ctgx = 0 ; x =;

2) ctgx +1 = 0; x = +

**Ответ:**,

**Для самостоятельной работы.**

**Вариант№1**

1.

2*. + 14sin x cos x + = 0*

3*. + 13sin x cos x + 2 = 0*

*4. + 7sin 2x + 4 = 0*

*5. 2cos2 x – 11sin 2x = 12*

*6. – 3sin 2x – 4cos 2x = 4*

*7. + 10sin x cos x + = 0*

*8. 7 = 7sin 2x – 9cos 2x*

**Вариант№2**

1.

*2. 2sin2 x - 7sin 2x = 16cos2x*

*3. + 10sin x cos x + = 0*

*4. 2 + 9sin x cos x + 10 = 0*

*5. 5 + 14sin x cos x + 8 = 0*

*6. – 5cos2 x = 2sin 2x*

*7.* *3sin 2x + 8 = 7*

*8. 5cos 2x + 5 = 8sin 2x – 6*

**Ответы**: **вариант №1***. 1); 2)*

*; 3) ; ; 4); ; 5);;6); ; 7); ; 8);*

**вариант №2**. *1); 2); ;*

*3); ;4); ; 5); ;*

*6); ; 7);*

*8);*

**1.4. УРАВНЕНИЯ, РЕШАЕМЫЕ РАЗЛОЖЕНИЕМ НА МНОЖИТЕЛИ**

При решении уравнений данного типа нужно пользоваться всеми известными способами разложения на множители алгебраических выражений. Это вынесение за скобки общего множителя, группировка, применение формул сокращенного умножения и искусственные приемы. Необходимо также знать тригонометрические формулы:

1)

2); 3) ; 4);

5); 6) ;

7);

9); 10);

11); 12)

13)

;

16)

17);

18);

19)

20) Формулы приведения.

**Примеры. Решить уравнения.**

**1)**

Ответ:

**2)**

**Решение.**

Правую часть равенства разложим на множители, используя формулу разности квадратов.

Применим формулы (12),(13) и (1)

 *;x = ;*

Ответ: ;

**3)**

**Решение.**

1)

2)

Преобразуем с помощью формулы (17)

=1; ; ;

 ; или

=

Ответ:

**4)**

**Решение*.***

 ;

;

 ;

2)

**Ответ:** ,;

**Для самостоятельной работы.**

**Вариант №1**

**Вариант №2**

**Ответы**: **вариант №1** *1); 2) 3); (-1)narcsin(3-*

*4); 5); 6)*

*;*

**вариант №2***. 1); 2); 3);4) ;; 5); 6)*

**1.5. УРАВНЕНИЯ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ ПОНИЖЕНИЯ СТЕПЕНИ**

Формулы понижения степени:

;

**Примеры. Решить уравнения.**

**1)**;

**Ответ:**

2)

**Решение.**

 умножим обе части уравнения на 2.

Применим формулу (18)

*1)*

*2)*

**Ответ:** ;

**Для самостоятельной работы.**

**Вариант №1**

**Вариант №2**

**Ответы**: **вариант №1** *1); 4) 5) 6)*

**вариант №2***1)2);; 3)*

*; 4);*

*6)*

**1.6. УРАВНЕНИЯ ВИДА**

В уравнении (1) *a,b,c-* любые действительные числа.

Если уравнение теряет смысл.

Если x-любое действительное число то есть уравнение обращается в тождество.

Если *a,b,c* произвольные действительные числа, то уравнения данного вида имеют несколько способов решения.

**1-й способ**. Записывают уравнение в виде:

То есть получили однородное уравнение

= 0

**2-ой способ**. Введение вспомогательного угла.

Если то существует такой угол

 или наоборот.

Вынесем за скобки множитель

Получим (. Так как

То можно обозначить .

Если , то ,

где .

 ().

**3-й способ**. Можно обе части уравнения возвести в квадрат и привести его к однородному уравнению. При использовании этого способа не исключена возможность появления посторонних корней, поэтому необходимо делать проверку.

**4-й способ**. Метод рационализации.

Использование универсальной подстановки. Если

Пусть , тогда

Умножим обе части уравнения наполучим

- квадратное уравнение.

 (3)

1.Если то уравнение (1) не имеет решений, так как уравнение (2) не имеет действительных корней.

2. и из уравнения (3) найдем

 +

Вычислив найдем х. Введя замену

мы допустили, что . Теперь необходимо проверить является корнем уравнения серия решений.

3. Если , то уравнение (1) имеет два множества решений:

; +

**Примеры. Решить уравнение.**

1)

**Решение.**

2.

**Ответ:**

2)

**Решение.**

 Вынесем за скобки

, то

 -

**Ответ: -**

3)

**Решение.**

Вынесем за скобки

**Ответ:**

3)

**Решение.**

Пусть

Обозначим , тогда
*5*, умножим обе части уравнения на

1)

2)

**Ответ:**

4)

*.*

Проверка: если Проверка: если

**Ответ:**

**Для самостоятельной работы.**

**Вариант №1**

**Вариант №2**

**Ответы**: **вариант №1** 1)

3; 4) 5); ;

6

**вариант №2** 1); 2) 3); 4)

**2. ОТБОР КОРНЕЙ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ**

При решении тригонометрических уравнений довольно часто приходиться сталкиваться с ситуациями, в которых возможно появление посторонних корней или в самом задании требуется найти корни, принадлежащие определенному промежутку числовой прямой. Таким образом, появляется необходимость отбора корней.

**2.1. ОТБОР КОРНЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ЧИСЛОВОЙ ОКРУЖНОСТИ**

Этот способ отбора очень удобен, если заданный промежуток находится в пределах одной окружности, т.е. его длина не превосходит

**Пример 1.**

*Найдите все значения x из семейства , принадлежащие отрезку*

Решение: отметим на единичной окружности точками значения х, принадлежащие заданному семейству.

Отметим на единичной окружности дугу.



На этой дуге лежат точки, принадлежащие отрезку.

**Ответ:**;

**Пример 2.** *Найдите все значения x из семейства , принадлежащие отрезку*

Решение. отметим на единичной окружности точками значения х, принадлежащие заданному семейству. Отметим на единичной окружности дугу



На единичной окружности точки совпадают соответственно с точками так как

**2.2. ОТБОР КОРНЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ДВОЙНОГО НЕРАВЕНСТВА.**

*Найдите все значения x из семейства , принадлежащие отрезку*

**Решение:** запишем данное семейство значений х в виде:

Решим два двойных неравенства:

1)

Так как то решением неравенства является значение n = 0. Значит

2)

Единственное целое решение неравенства это n = 0. Значит

**Ответ:**

**2.3. ОТБОР КОРНЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ПЕРЕБОРА ЗНАЧЕНИЙ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПАРАМЕТРА.**

*Найдите все значения x из семейства , принадлежащие отрезку*

**Решение:** если n = 0, то,

n = 1,

n = 2, дальше положительные целые значения n не имеет смысла проверять, так как не будет решений принадлежащих отрезку

n = -1, дальше отрицательные целые значения n не имеет смысла проверять, так как не будет решений принадлежащих отрезку

**Ответ:**

**2.4. НЕПОСРЕДСТВЕННАЯ ПОДСТАНОВКА КОРНЕЙ В УРАВНЕНИЕ И ИМЕЮЩИЕСЯ ОГРАНИЧЕНИЯ.**

При отборе корней этим способом полезны следующие равенства.

 n

, n

**Пример.** *Найти корни уравнения = 0,5, удовлетворяющие неравенству*

**Решение.**= 0,5; . Проверим выполнение условия

*. ;*

**Ответ:**.

**Примеры решения задач.**

**Примеры решения задач.**

1.Дано уравнение .

a) Решить уравнение;

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку

в) Укажите корни, принадлежащие отрезку

г) Укажите корни, принадлежащие отрезку

Решение.a)

б)Отметим на окружности дугу. На этой дуге лежат значения



в) Решим два двойных неравенства:

1)

Так как то решением неравенства является значение n = 0. Значит

2

Единственное целое решение неравенства это n = -1. Значит

Ответ:

г) Решим два двойных неравенства:

1)

Так как то решением неравенства являются значения n = 0; 1. Значит

; х2=

2)

 целые решения неравенства это n = 0; n =1. Значит

**Ответ:**;

2.Найти корни уравнения принадлежащие отрезку

Решение.

*.* Если n = 0, то

если n = 1, то

если n = 2, то

если n = 3, то

если n = 4, то

если n = -1, то

Ответ:

3.Решить уравнение:

**Решение:**

Сделаем проверку

**Ответ:**

4.Решить уравнение:

Найдем область допустимых значений.

;
;
;

,

 При n=0

**Ответ:**

**Для самостоятельной работы.**

**Вариант №1**

1.Решить уравнение:

2. Решить уравнение:

3. Решить уравнение:

4. а)Решить уравнение:;

б)Найти корни уравнения принадлежащие промежутку

5. а)Решить уравнение:

б)Найти корни уравнения принадлежащие промежутку

**Вариант №2**

1. Решить уравнение:

2. Решить уравнение:

3. Решить уравнение:

4. а)Решить уравнение:;

б)Найти корни уравнения принадлежащие промежутку

5. а)Решить уравнение:

б)Найти корни уравнения принадлежащие промежутку

**Ответы**: **вариант №1** 1)

*;* 4); 5).

**вариант №2**

**Приложение 1.**

**Тренировочные варианты.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант№1**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 3sin2 *x* – 5sin *x* – 8 = 0**2**. 10sin2 *x* + 17cos *x* – 16 = 0**3**. sin2 *x* + 8sin *x* cos *x* + 12cos2 *x* = 0**4**. 4 tg *x* – 9ctg *x* + 9 = 0**5**. 14sin2 *x* – 4cos2 *x* = 5sin 2*x***6**. 1 – 5sin 2*x* – cos 2*x* = 12cos2  | **Вариант№2**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 8cos2 *x* + 14cos *x* – 9 = 0**2**. 3cos2 *x* + 5sin *x* + 5 = 0**3**. 2sin2 *x* + 11sin *x* cos *x* + 5cos2 *x* = 0**4**. 5 tg *x* – 3ctg *x* + 14 = 0**5**. 2sin2 *x* – 7sin 2*x* = 16cos2 *x***6**. 14sin2 *x* + 4cos 2*x* = 11sin 2*x* – 4 |
| **Вариант№3**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 12cos2 *x* – 20cos *x* + 7 = 0**2**. 5cos2 *x* – 12sin *x* – 12 = 0**3**. 3sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 12cos2 *x* = 0**4**. 5 tg *x* – 6ctg *x* + 7 = 0**5**. sin2 *x* + 2sin 2*x* = 5cos2 *x***6**. 13sin 2*x* – 3cos 2*x* = –13 | **Вариант№4**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 3sin2 *x* – 10sin *x* + 7 = 0**2**. 8sin2 *x* + 10cos *x* – 1 = 0**3**. 4sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 10cos2 *x* = 0**4**. 3 tg *x* – 3ctg *x* + 8 = 0**5**. sin 2*x* + 4cos2 *x* = 1**6**. 10cos2 *x* – 9sin 2*x* = 4cos 2*x* – 4 |
| **Вариант№5**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 6cos2 *x* – 7cos *x* – 5 = 0**2**. 3cos2 *x* + 7sin *x* – 7 = 0**3**. 3sin2 *x* + 7sin *x* cos *x* + 2cos2 *x* = 0**4**. 2 tg *x* – 4ctg *x* + 7 = 0**5**. sin 2*x* – 22cos2 *x* + 10 = 0**6**. 2sin2 *x* – 3sin 2*x* – 4cos 2*x* = 4 | **Вариант№6**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 5sin2 *x* + 12sin *x* + 7 = 0**2**. 10sin2 *x* – 11cos *x* – 2 = 0**3**. 4sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 3cos2 *x* = 0**4**. 6 tg *x* – 10ctg *x* + 7 = 0**5**. 14cos2 *x* + 5sin 2*x* = 2**6**. 4sin 2*x* = 4 – cos 2*x* |
| **Вариант№7**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 6cos2 *x* + 11cos *x* + 4 = 0**2**. 2cos2 *x* – 3sin *x* + 3 = 0**3**. 2sin2 *x* + 7sin *x* cos *x* + 6cos2 *x* = 0**4**. 4 tg *x* – 3ctg *x* + 11 = 0**5**. 9sin 2*x* + 22sin2 *x* = 20**6**. 8sin2 *x* + 7sin 2*x* + 3cos 2*x* + 3 = 0 | **Вариант№8**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 2sin2 *x* + 3sin *x* – 5 = 0**2**. 10sin2 *x* – 17cos *x* – 16 = 0**3**. 5sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 6cos2 *x* = 0**4**. 3 tg *x* – 14ctg *x* + 1 = 0**5**. 10sin2 *x* + 13sin 2*x* + 8 = 0**6**. 6cos2 *x* + cos 2*x* = 1 + 2sin 2*x* |
| **Вариант№9**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 10cos2 *x* + 11cos *x* – 8 = 0**2**. 4cos2 *x* – 11sin *x* – 11 = 0**3**. 3sin2 *x* + 8sin *x* cos *x* + 4cos2 *x* = 0**4**. 5 tg *x* – 12ctg *x* + 11 = 0**5**. 5sin 2*x* + 22sin2 *x* = 16**6**. 2sin2 *x* – 10cos 2*x* = 9sin 2*x* + 10 | **Вариант№10**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 4sin2 *x* + 11sin *x* + 7 = 0**2**. 8sin2 *x* – 14cos *x* + 1 = 0**3**. 2sin2 *x* + 9sin *x* cos *x* + 9cos2 *x* = 0**4**. 6 tg *x* – 2ctg *x* + 11 = 0**5**. 8sin2 *x* – 7 = 3sin 2*x***6**. 11sin 2*x* = 11 – cos 2*x* |
| **Вариант№11**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 2cos2 *x* + 3cos *x* – 5 = 0**2**. 6cos2 *x* – 11sin *x* – 10 = 0**3**. sin2 *x* + 7sin *x* cos *x* + 12cos2 *x* = 0**4**. 7 tg *x* – 8ctg *x* + 10 = 0**5**. 9cos2 *x* – sin2 *x*= 4sin 2*x***6**. 7sin 2*x* + 3cos 2*x* + 7 = 0 | **Вариант№12**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 10sin2 *x* + 17sin *x* + 6 = 0**2**. 3sin2 *x* + 7cos *x* – 7 = 0**3**. 3sin2 *x* + 11sin *x* cos *x* + 10cos2 *x* = 0**4**. 5 tg *x* – 9ctg *x* + 12 = 0**5**. 3sin2 *x* + 5sin 2*x* + 7cos2 *x* = 0**6**. 12cos2 *x* + cos 2*x* = 5sin 2*x* + 1 |
| **Вариант№13**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 5cos2 *x* + 12cos *x* + 7 = 0**2**. 10cos2 *x* + 17sin *x* – 16 = 0**3**. 2sin2 *x* + 9sin *x* cos *x* + 4cos2 *x* = 0**4**. 4 tg *x* – 6ctg *x* + 5 = 0**5**. 8sin2 *x* + 3sin 2*x* = 14cos2 *x***6**. 2sin2 *x* – 7cos 2*x* = 6sin 2*x* + 7 | **Вариант№14**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 12sin2 *x* – 20sin *x* + 7 = 0**2**. 3sin2 *x* + 5cos *x* + 5 = 0**3**. 3sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 14cos2 *x* = 0**4**. 3 tg *x* – 4ctg *x* + 11 = 0**5**. 8cos2 *x* + 7sin 2*x* + 6sin2 *x* = 0**6**. 1 – cos 2*x* = 18cos2 *x* – 8sin 2*x* |
| **Вариант№15**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 4cos2 *x* + 11cos *x* + 7 = 0**2**. 10cos2 *x* – 11sin *x* – 2 = 0**3**. 2sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 6cos2 *x* = 0**4**. 3 tg *x* – 2ctg *x* + 5 = 0**5**. 7sin 2*x* + 2 = 18cos2 *x***6**. 13sin 2*x* + 13 = –5cos 2*x* | **Вариант№16**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 8sin2 *x* + 14sin *x* – 9 = 0**2**. 2sin2 *x* + 5cos *x* + 5 = 0**3**. sin2 *x* + 9sin *x* cos *x* + 14cos2 *x* = 0**4**. 2 tg *x* – 5ctg *x* + 9 = 0**5**. 7sin2 *x* + 5sin 2*x* + 3cos2 *x* = 0**6**. 2sin2 *x* + 9sin 2*x* = 10cos 2*x* + 10 |
| **Вариант№17**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 3cos2 *x* – 7cos *x* + 4 = 0**2**. 8cos2 *x* + 10sin *x* – 1 = 0**3**. 3sin2 *x* + 13sin *x* cos *x* + 4cos2 *x* = 0**4**. 5 tg *x* – 14ctg *x* + 3 = 0**5**. 7sin 2*x* = 22sin2 *x* – 4**6**. cos 2*x* + 8sin 2*x* = 1 – 18cos2 *x* | **Вариант№18**Решите тригонометрические уравнения:**1**. 8sin2 *x* – 10sin *x* – 7 = 0**2**. 2sin2 *x* – 3cos *x* + 3 = 0**3**. 2sin2 *x* + 11sin *x* cos *x* + 12cos2 *x* = 0**4**. 4 tg *x* – 14ctg *x* + 1 = 0**5**. 4sin 2*x* + 10cos2 *x* = 1**6**. 11sin 2*x* – 7cos 2*x* = 11 |

**Ответы**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант №1****1**. – π + 2πn **2**. ± π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg 6 + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg + πk**6**. – π + πn; arctg 6 + πk | **Вариант №2****1**. ± π + 2πn, **2**. – π + 2πn **3**. –arctg 5 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; arctg 8 + πk**6**. π + πn; arctg + πk |
| **Вариант №3****1**. ± π + 2πn **2**. – π + 2πn **3**. –arctg 3 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg 5 + πk**6**. – π + πn; –arctg + πk | **Вариант №4****1**. π + 2πn **2**. ± π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; arctg 3 + πk**6**. π + πn; arctg + πk |
| **Вариант №5****1**. ± π + 2πn **2**. π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 4 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg + πk**6**. – π + πn; arctg 4 + πk | **Вариант №6****1**. – π + 2πn **2**. ± π + 2πn **3**. –arctg 3 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; arctg 6 + πk**6**. π + πn; arctg + πk |
| **Вариант №7****1**. ± π + 2πn **2**. π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg 10 + πk**6**. – π + πn; –arctg + πk | **Вариант №8****1**. π + 2πn **2**. ± π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. arctg 2 + πn; –arctg + πk**5**. – π + πn; –arctg + πk**6**. π + πn; –arctg 3 + πk |
| **Вариант №9****1**. ± π + 2πn **2**. – π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg + πk**6**. – π + πn; arctg 10 + πk | **Вариант №10****1**. – π + 2πn **2**. ± π + 2πn **3**. –arctg 3 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; arctg 7 + πk**6**. π + πn; arctg + πk |
| **Вариант №11****1**. 2πn **2**. (–1)n + 1 ⋅ π + πn **3**. –arctg 4 + πn; –arctg 3 + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg 9 + πk**6**. – π + πn; –arctg + πk | **Вариант №12****1**. (–1)n + 1 ⋅ π + πn **2**. 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 3 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; –arctg + πk**6**. π + πn; –arctg 6 + πk |
| **Вариант №13****1**. π + 2πn **2**. (–1)n ⋅ π + πn **3**. –arctg 4 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg + πk**6**. – π + πn; arctg 7 + πk | **Вариант №14****1**. (–1)n ⋅ π + πn **2**. π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 4 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; –arctg + πk**6**. π + πn; –arctg 9 + πk |
| **Вариант №15****1**. π + 2πn **2**. (–1)n  ⋅ π + πn **3**. –arctg 6 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg 8 + πk**6**. – π + πn; –arctg + πk | **Вариант №16****1**. (–1)n  ⋅ π + πn **2**. π + 2πn **3**. –arctg 2 + πn; –arctg 7 + πk**4**. –arctg 5 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; –arctg + πk**6**. π + πn; –arctg 10 + πk |
| **Вариант №17****1**. 2πn **2**. (–1)n + 1 ⋅ π + πn **3**. –arctg 4 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. π + πn; –arctg + πk**6**. – π + πn; arctg 9 + πk | **Вариант №18****1**. (–1)n + 1 ⋅ π + πn **2**. 2πn **3**. –arctg 4 + πn; –arctg + πk**4**. –arctg 2 + πn; arctg + πk**5**. – π + πn; arctg 9 + πk**6**. π + πn; arctg + πk |