Обобщающий урок по алгебре и началам анализа в 10 классе «Производная»

Составила:Гребнева Е.Н.- учитель математики
гимназии №4 им.А.С. Пушкина

г.Йошкар-Ола
2007 год

Тема:

Производная.

Обобщающий урок по алгебре и началам анализа.

Цели:

1) Систематизировать теоретические знания учащихся по теме «Производная».
2) Закрепить знания правил вычисления производных сложных функций.
3) Контроль и самоконтроль знаний, умений и навыков с помощью домашней контрольной работы и самостоятельной работы на уроке.

Оборудование:

1) Демонстрационные рисунки по обработке геометрического смысла производной.
2) У каждого учащегося на столе задания для самостоятельной работы на уроке и для каждого индивидуально задание домашней контрольной работы.

Ход урока:

1) Организационный момент. (Приветствие: сообщение учащимся цели урока)

На предыдущих уроках мы дали определение производной функции; рассмотрели геометрический и физический смысл производной; изучили формулы нахождения производных и сегодня на уроке мы обобщим и систематизируем полученные знания.

Часто можно услышать, что математика это наука точная, немногословная, но каждый математик, как говорила Софья Ковалевская должен быть поэтом в душе.

Вот какое красивое определение дали математики производной:

- В данной функции от x нареченной игреком y=f(x)
- Вы фиксируете x, отличая индексом x_0; $f(x_0)$
- Придаете вы ему тотчас приращение $x_0+\Delta x$
- Тем у функции самой вызвав изменение $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$
- Приращений тех теперь взявши отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$
- Пробуждаете к нулю у Δx стремление $\Delta x \to 0$
- Предел такого отношения вычисляется
- От производного в науке называется $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$

А теперь дадим строгое определение производной?

Термин «производная» является буквальным переводом на русский французского слова derive$'$, которое ввел в 1797 Ж.Лагранж, он же ввел современные обозначения y'; f'.

А сейчас найдя производные данных функций в указанных точках вы должны расшифровать слово, которым Исаак Ньютон называл производную функции:

С	$y = x \cdot \sin 2x$	$y'(\pi)$
Я	$y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$	$y'(\frac{\pi}{2})$
Ю	$y = (x+7)^6$	$y'(-8)$
Ф	$y = \sqrt{3-2x}$	$y'(1)$
К	$y = \sin\frac{x}{5}$	$y'(\frac{5\pi}{3})$

И	$y = 2x^3 + \sin 3x$	$y'(0)$
Л	$y = 2ctg2x$	$y'(-\frac{\pi}{4})$

-1	-4	-6	1/10	2π	3	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
Ф	Л	Ю	К	С	И	Я

Итак Исаак Ньютон называл производную флюксия$'$.

Одно из применений производной основывается на ее геометрическом смысле.
?? В чем суть геометрического смысла производной?

работа по рисункам.
Расположение в порядке возрастания числа a, b, c.

?? В чем заключается физический смысл производной?

Решение задачи:

1) Точка движется прямолинейно по закону $s(t)=t^4+2t^2+3$.
Найти скорость и ускорение в момент $t_0=3$с

$\upsilon = s'(t) = 4t^3 4t$ $\quad\quad$ $\upsilon'(t) = 12t^2 + 4$

$\upsilon(3) = 4 \cdot 27 + 12 = 120$ $\quad\quad$ $\upsilon'(3) = 108 + 4 = 112$

2) В каких точках касательная к графику $y = \sqrt{3x+2}$ образует с осью Ox $< 45^0$, если:

$$\frac{3}{\sqrt{3x+2}} = 1$$

ОДЗ: $3x + 2 > 0$, $x > -\frac{2}{3}$

$$\sqrt{3x+2} = 3$$

3x+2=9

3x=7

$$x = 2\frac{1}{3}$$

Ответ: $\begin{cases} x = 2\dfrac{1}{3}. \\ y = 3 \end{cases}$

Задача 1.

1) Точка движется прямолинейно по закону $s(t)=t^4+2t^2+3$.
Найти скорость и ускорение в момент $t_0=3$с.

Самостоятельная работа

I вариант.

1. В чем сущность физического смысла $y^{/}$

А) скорость

Б) ускорение

В) угловой коэффициент

Г) не знаю

2. Точка движется по закону $s(t)=2t^3+3t$. Чему равна скорость в момент $t_0=1$с ?

а) 15; б) 12; в) 9; г) 3.

3. Зависимость пути S от времени движения выражается формулой $S=\dfrac{gt^2}{2}$. Назовите формулу ускорения а) $\dfrac{2gt}{2}$; б) $2gt$; в) gt; г) g.

4. Точка движется прямолинейно по закону $s(t)=\dfrac{t^3}{3}-2t^2+3t+1$.

В какие моменты ее скорость будет равна 0?

а) 1 и 3; б) 1 и 4; в) 2; г) 2 и 0.

II вариант.

1. В чем сущность физического смысла $y^{//}$

А) скорость

Б) ускорение

В) угловой коэффициент

Г) не знаю

2. Точка движется по закону $s(t)=2t^3-3t$. Чему равна ускорение в момент $t_0=1$с ?

а) 15; б) 12; в) 9; г) 3.

3. Зависимость пути S от времени движения выражается формулой $S=\dfrac{gt^2}{2}$. Назовите формулу скорости а) $\dfrac{2gt}{2}$; б) $2gt$; в) gt; г) g.

4. Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t + 1.$

В какие моменты ее ускорение будет равна 0?
а) 1 и 3; б) 1 и 4; в) 2; г) 2 и 0.
5. Скорость тела, движущегося прямолинейно, определяется по формуле $\upsilon(t) = 15t^2 + 2t.$ Чему равно ускорение тела в момент времени t_0=1 с?

Итак Исаак Ньютон называл производную ФЛЮКЦИЯ$^{/}$.

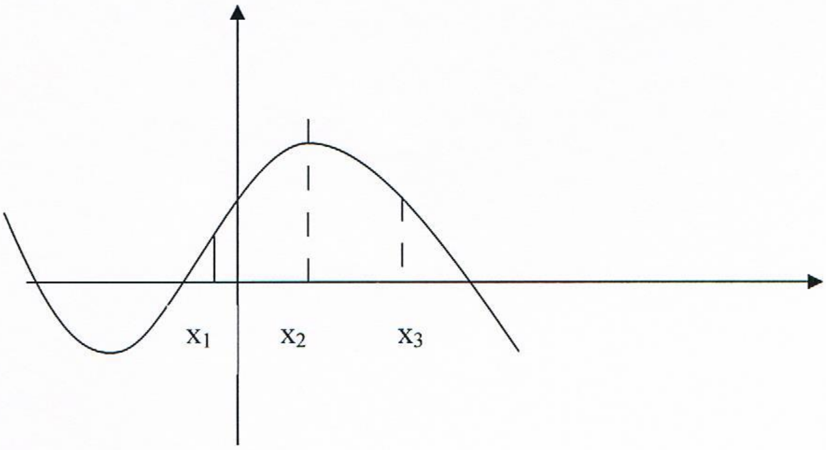
Учитель: Одно из применений производной основывается на ее геометрическом смысле.
в чем суть геометрического смысла производной?

Ученик: Геометрический смысл производной состоит в следующем, если к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x=a можно провести касательную, непараллельную оси у, то $f^{/}(a)$ выражает угловой коэффициент касательной

$k = f^{/}(a)$ $\qquad$ $k = tg\alpha$

$f^{/}(a) = tg\alpha$ $\qquad$ рис.37, 38, 39

Функция y=f(x) задана графиком. Определите значения $f^{/}(x_1)$ и $f^{/}(x_2)$.
Рисунок 119.
Вопросы по рисунку:
На рисунке изображен график функции y=f(x). Расположите в порядке возрастания $a = f^{/}(x_1)$ $\quad$ $в = f^{/}(x_2)$ $\quad$ $c = f^{/}(x_3)$



(учебник)

В чем заключается физический смысл производной?

Ученик: Если s(t) – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t

$\upsilon = s'(t)$

вторая производная $s''(t) = a \qquad \upsilon'(t) = a$

Классная работа

Дана функция $g(x) = \sin x - x \cdot \cos x$

$g'(x) = 0$

$\cos x - 1\cos x + x \cdot \sin x = 0$

Ответ: πk

2) $f'(x) = \dfrac{-2x(x+2) - 3 + x^2}{(x+2)^2} = \dfrac{2x^2 - 4x - 3 + x^2}{(x+2)^2}$

$$\frac{-x^2 - 4x - 3}{(x+2)^2} \geq 0$$

Н.ч.

$x^2+4x+3=0$

$Д=4$

$x_1=\dfrac{-4+2}{2}=-1$

$x_2=\dfrac{-4-2}{2}=-3$

Н.з. x+2=0

x=-2

Ответ: $[-3;-2)\cup(-2;-1]$

4) а) $f(x)=x^3\cdot tg2x+x+2;\qquad x=\dfrac{\pi}{2}$

$f^{/}(x)=3x^2\cdot tg2x+\dfrac{x^3\cdot 2}{\cos^2 2x}+1;$

$f^{/}(x)=3\dfrac{\pi^2}{4}\cdot tg\pi+\dfrac{\dfrac{\pi}{8}^3\cdot 2}{\cos^2\pi}+1=\dfrac{\pi^3}{4}+1;$

б) $f^{/}(x)=\cos(tgx)\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x};$

$f^{/}(\dfrac{\pi}{4})=\cos(tg\dfrac{\pi}{4})\cdot\dfrac{1}{\cos^2\dfrac{\pi}{4}}=2\cos 1;$

в) $f(x)=\cos^2 x+\dfrac{2}{x}-1;\;\; x=\dfrac{\pi}{4}$

$f^{/}(x)=-2\cos x\cdot\sin x-\dfrac{2}{x^2}$

$f^{/}(\dfrac{\pi}{4})=-\sin 2x-\dfrac{2}{x^2}=-\sin\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{2}{\dfrac{\pi^2}{16}}=-1-\dfrac{32}{\pi^2}$

Дана функция $g(x)=\sin x-x\cdot\cos x$.

Решите уравнение: $g^{/}(x)=0$.

Решение:

$g^{/}(x) = \cos x - \cos x = x \cdot \sin x = 0$

$x \cdot \sin x = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ \sin x = 0 \end{cases}$ $\qquad x = \pi k$

при $k = 0$ $\qquad 0 \in \pi k$

Ответ: $x = \pi k$

На дом – Домашняя контрольная работа.

В заключении:

Итак, ребята – понятие производной- одно из важнейших в математике. С помощью производной, учитывая ее механический смысл (скорость изменения некоторого процесса) и геометрический смысл (угловой коэффициент касательной) можно решать самые разнообразные задачи. В частности, с помощью производных стало возможным подробное исследование функции, более точное построение их графиков, нахождение их наибольших и наименьших значений, об этом мы узнаем с вами на следующих уроках.

$f^{/}(x) \cdot g^{/}(x) = 0$ $\qquad f(x) = x^3 - 3x^2$

$$g^{/}(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x}\ .$$

Часто можно услышать, что математики и физики это лирики. Софья Ковалевская говорила: «Математик должен быть поэтом в душе»

Приведу слова из учительского фольклора.

В данной функции от x, на нареченной игреком y=f(x)

Вы фиксируете x, отмечал индексом x_0, $f(x_0)$.

Придаете вы ему тотчас приращение $x_0+\Delta x$

Тему функции самой вызвав изменение $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$

Приращений тех теперь взявшие $\dfrac{\Delta x}{\Delta y}$ отношение

Пробуждаете к нулю у Δx стремление $\qquad \Delta x \to 0$

Предел такого отношения вычисляется

От производного в науке называется $\quad y^{/} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$

Что называется производной?

Классная работа.

1) Дана функция $g(x)=\sin x - x\cdot\cos x$;
Решите уравнение: $g'(x)=0$

2) Дана функция $f(x)=\frac{3-x^2}{x+2}$
Решить неравенство $f'(x)\geq 0$;

3) Даны функции $f(x)=x^3-3x^2$;
$g(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x}$.
Решить уравнение: $f'(x)\times g'(x)=0$.

4) Вычислить значения производных функций в указанных точках:
а) $f(x)=x^3\times \mathrm{tg}2x+x+2$; $x=\frac{\pi}{2}$;
б) $f(x)=\sin(\mathrm{tg}x)+1$; $x=\frac{\pi}{4}$;
в) $f(x)=\cos^2 x+\frac{2}{x}-1$; $x=\frac{\pi}{4}$.

Самостоятельная работа.

Вариант-1.

1) В чём состоит физический смысл первой производной y'
а) скорость; б) ускорение; в) угловой коэффициент; г) не знаю.

2) Точка движется по закону $S(t)=2t^3-3t$. Чему равна скорость в момент $t_0=1$с?
а) 15; б)12; в) 9; г)3.

3) Зависимость пути S от времени движения выражается формулой $S=\frac{gt^2}{2}$. Назовите формулу ускорения.
а) 1; б)2gt; в) gt; г)g.

4) Точка движется прямолинейно по закону $S(t)=\frac{t^3}{3}-2t^2+3t+1$. В какие моменты её скорость будет равна 0
а) 1 и 3; б) 1и 4; в) 2; г) 2 и 0.

5) Найти угол наклона касательной к графику функции y= sin 2x в точке $x=\frac{\pi}{12}$ с положительным направлением оси OX.
а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $\frac{\pi}{4}$; д) $\frac{\pi}{6}$.

Самостоятельная работа.

Вариант-2.

1) В чём состоит физический смысл второй производной $y^{//}$
а) скорость; б) ускорение; в)угловой коэффициент;
г) не знаю.

2) Точка движется по закону $S(t)=2t^3-3t$. Чему равно ускорение в момент $t_0=1$с.
а) 154 б) 12; в) 9; г) 3.

3) Зависимость пути S от времени движения выражается формулой $S=\frac{gt^2}{2}$. назовите формулу скорости.
а)1; б) 2gt; в) gt; г)g.

4) Точка движется прямолинейно по закону $S(t)=\frac{t^3}{3}-2t^2+3t+1$. В какие моменты времени её ускорение будет равно 0.
а) 1 и 3; б) 1 и 4; в) 2; г) 2 и 0.

5) Найти угол наклона касательной к графику функции $y=\text{tg}\,\frac{x}{2}$ в точке $x=\frac{\pi}{2}$ с положительным направлением оси ОХ.
а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{2\pi}{3}$; г) $\frac{\pi}{4}$; д) $\frac{5\pi}{6}$.

Домашняя контрольная работа.

1) Найти производные функции:

а) $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+2x^2-x+4$

б) $f(x)=\frac{4}{x^2}+x$

в) $f(x)=(7-3x)(3x+7)$

г) $f(x)=\frac{3+2x}{x-2}$ в точке $x=1$

д) точка движется прямолинейно по закону $x(t)=4t^3+5t^2+4$.
Найти её скорость при $t=3$.

е) $f(x)=2\sin 5x$. Найти $f'(-\pi/3)$.

2) $f(x)=\frac{x^2+21}{x-2}$. Решить неравенство $f'(x)>0$.

3) $g(x)=(-2+x^2)\sin x+2x\cos x$.
Решить уравнение $g'(x)=0$.

4) Решить уравнения:

а) $g'(x)=0$ $g(x)=\sin x+0{,}5\sin 2x$

б) $g'(x)=0$ $f(x)=\cos x-0{,}25\cos 2x$.