**Тема: «Решение тригонометрических неравенств методом интервалов»**

**Цель урока:**

* + - Повторить ранее изученный теоретический материал, обобщить метод интервалов на решение тригонометрических неравенств.
    - Сформировать навыки решения тригонометрических неравенств.
    - Учить детей обобщать, анализировать, делать выводы.

**Тип урока:** урок ознакомления с новым материалом

**Оборудование урока:** ноутбук**,** мультимедийный проектор, интерактивная доска.

**Ход урока**

1. **Сообщение темы, цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности.**
2. **Подготовка к изучению нового материала че­рез повторение и актуализацию опорных знаний.**

(Учащиеся решают устно задания, предложенные в виде слайдовой презентации)

* 1. Решить уравнение: **(слайд №1)**

1) sin x = ; 4) cos x = 1; 7) sin x = ; 10) tg x = -1;

2) cos x = - 0,3; 5) sin x = -1; 8) cos x = -1; 11) sin x = 0;

3) tg x = ; 6) cos x = 0; 9) sin x = 1; 12) ctg x = - 0,5.

* 1. Найти наименьший положительный период функции: **(слайд №2)**

* + 1. f(x) = cos 3x; ( T1=)
    2. f(x) = 3 sin; (T1= 5)
    3. f(x) = sincos 2x; (T1= 4)
    4. f(x) = sin 3x + 4cos 4x; (T1= 2)
    5. f(x) = . (T1= 6)
  1. Решите неравенство: **(слайд №3, слайд№4)**

|  |  |
| --- | --- |
| 1) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 2) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 3) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 4) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 5) |  |

1. **Ознакомление с новым материалом**

Одним из основных методов решения более сложных тригонометрических неравенств является метод интервалов. Метод интервалов при решении тригонометрических неравенств применяется на промежутке ), где – общий период всех тригонометрических функций, входящих в неравенство. Решение неравенства, полученное на промежутке ), периодически продолжают на всю числовую ось. **(Слайд № 5)**

***Для того чтобы решить неравенство методом интервалов необходимо:***

1. Привести тригонометрическое неравенство к виду , () или , ().
2. Определить общий период Т всех тригонометрических функций, входящих в неравенство.
3. Найти нули функции и её область определения на промежутке ),
4. Нанести все эти точки на единичную окружность (если T ≤ 2π) или числовую прямую (если T > 2π), указав в скобках рядом с каждой из них ее кратность.
5. Определить знаки левой части неравенства, на полученных промежутках используя правило отдельной «удобной» точки и свойство кратности корней.
6. Выбрать промежутки, соответствующие знаку неравенства, и записать ответ.

***Рассмотрим пример.*** Решите неравенство sin 4x  cos 2x. Запишем неравенство в виде sin 4x - cos 2x  0. Рассмотрим функцию f(x) = sin 4x - cos 2x. Найдите область определения данной функции. (Функция определена на R). Является ли она непрерывной на области определения? (Да, функция непрерывна на всей числовой прямой). Найдите основной (наименьший положительный) период функции. (Т=). Следовательно, неравенство можно решить на промежутке [0; ) и найденное решение периодически продолжить на всей числовой оси. Для этого найдём корни уравнения f(х) = 0.

sin 4x - cos 2x = 0; cos 2x (2 sin2х - 1) = 0;

cos 2x = 0 или 2 sin2х – 1 = 0;

2х =  sin2x = ; 2x = (- 1)m

х1 =  x = (- 1)m m = 2k, х2 = 

m = 2k + 1, х3= 

|  |  |
| --- | --- |
| Найденные корни отметим на окружности единичного радиуса с учетом основного периода.  Определим знаки левой части неравенства на полученных интервалах. Так как при x = значение функции  f> 0, то на интервалелевая часть неравенства положительна,а на остальных интервалах её знаки чередуются. Приведенный пример имеет одну особенность. Серии х1, х2 и х3 дают на единичной окружности несовпадающие точки. Если же некоторые точки разных серий совпадают, то их называют кратными. Точки, которые повторяются в | **Слайд № 6**      + \_  \_ +  \_  +  \_ + |

четном числе серий, называют точками четной кратности, а те, что повторяются в нечетном числе серий,— точками нечетной кратности.

Запишем решения неравенства на промежутке [0). Поскольку нас интересуют промежутки, в которых f(x)  0, получим

 и . С учётом периодичности f(х), продолжим найденные решения на всю числовую прямую. Для этого прибавим к левой и правой частям неравенств целое число периодов  Окончательно получаем

ответ:  и .

***Рассмотрим ещё один пример.*** Решим неравенство .

Рассмотрим функцию f(x) = . Её основной период равен Найдём область определения функции в промежутке [0; 4). Получим, что 1 + 2 cosx  0; cosx  ; x  ; x  ; тогда

х  , х  -. В промежуток [0; 4) не входят точки: ; ; ; .

Найдем корни уравнения sin  = 0 лежащие в промежутке [0; 4).

sin  = 0 при  = n, ; x= 2n, . Промежутку [0; 4) принадлежат точки: 0; 2 Поскольку основной период функции равен ( для изображения интервалов будем использовать не тригонометрическую окружность, а числовую прямую. Отметим полученные точки на числовой прямой и определим знаки функции в каждом из этих интервалов.

**Слайд № 7**

**+**   ** +  + **

0   2   4

При x =значение функции f() = > 0. , то на интервале, левая часть неравенства положительна,а на остальных интервалах её знаки чередуются.

Нас интересуют те значения х, для которых f(x) 0. Данное неравенство выполняется в точке x = 0 и трех промежутках < x < < 

Поскольку основной период функции равен 4, прибавим к левой и правой частям каждого неравенства Причем число 0 заменим на 4π и включим в третий промежуток. Запишем ответ:



Итак, мы решили тригонометрические неравенства методом интервалов, который ещё называют обобщённым методом интервалов.

1. **Первичное осмысление и закрепление связей и отношений в объектах изучения**

Учащимся класса дается одно неравенство, которое они решают самостоятельно. После чего решение данного неравенства проецируется на экран, что позволяет учащимся проверить правильность своего решения, если есть ошибки, то исправить их. Такой способ закрепления изученного материала способствует более осознанному усвоению нового материала. (**Слайд № 8**)

Решите неравенство 

Решение: Рассмотрим функцию f(x) = 

Основной период функции равен 2π. Область определения находим из условия sin3x ≠ 0,  В промежуток [0; 2) не входят точки: 0;; ; ; ; . Найдем корни уравнения , лежащие в промежутке [0; 2).

 или 

 

Промежутку [0; 2) принадлежат точки: 0; ; ; ;;. Отметим найденные точки на тригонометрической окружности.

|  |  |
| --- | --- |
| Определим знаки левой части неравенства на полученных интервалах. Так как при x = значение функцииf > 0, то на интервалелевая часть неравенства положительна. Поскольку точки x=0 и x= являются точками четной кратности, поэтому знак левой части неравенства при переходе через эти точки не меняется,а на остальных интервалах её знаки чередуются. | y  +  - -  +  +  0(2кр)  x  + +  \_ \_  + |

Запишем значения х принадлежащие промежутку [0; 2), для которых f(x) 0. Данное неравенство выполняется в шести промежутках , , , , ,  В силу симметрии промежутков и;  и ;  и 

получим ответ 

**4. Подведение итогов урока**

**5. Домашняя работа**

Решить неравенства а) 4 cosx – sin2x > 0; б) 3 sinx + sin2x < 0; в) .