Урок 1

***Беседа первая***

Тема **«Формула корней квадратного уравнения»**

***Создание проблемной ситуации***

***Учитель:***

***- Вы знаете, что математика - одна из древнейших наук. Еще в глубокой древности возникла необходимость решать задачи, содержащие уравнения не
только первой, но и второй степени. Это было связано с нахождением площадей земельных участков,*** *а****также с развитием астрономии и самой математики.
Квадратные уравнения решали еще в Древнем Вавилоне.***

***В Древней*** *Индии были распространены публич­ные* ***соревнования по решению трудных*** *задач.* ***Зада­чи часто представлялись в стихотворной форме. Вот одна из таких задач;***

*Обезьянок резвых стая*

*Вдоволь поевши, развлекалась*

*Их в квадрате часть восьмая*

*На поляне забавлялось*

*А двенадцать по лианам стали*

*Прыгать повисая …*

*Сколько ж было обезьянок,*

*Ты скажи мне, в этой стае?*

***Далее по тексту задачи составляется уравнение. При этом ребята могут допустить сами или учитель может спровоцировать следующую ошибку:***

1/8х2 + *12 =* х

После проверки окончательно получаем уравнение:

1/64х2 - х + 12 = 0. (1)

Это уравнение вида

ах2 + Ьх + с = 0.

Далее выясняется, почему оно называется квад­ратным, являются ли квадратными уравнения вида

ах2 + bх = 0, ах2 + с = 0, bх + с = 0.

Возникает проблема, как решать такие уравнения.

Затем рассматриваются предлагаемые учащимися пути решения неполных квадратных уравнений; пред­принимаются безуспешные попытки решения полу­ченного уравнения (1) или уравнения, записанного в общем виде

 ах2 + bх = 0.

Вынесение общего множителя

 х(ах + b) + с = 0 по аналогии с решением уравнения ах2 + bх = 0 или перенос свободного члена ах2 + bх = - с по аналогии с уравнением ах2 + с = 0 не приносят желаемых ре­зультатов.

Все попытки решения обсуждаются. Если учени­ки высказывают сомнение, можно ли вообще решить эту задачу, учитель предъявляет им уравнение

1/64(х - 16)(х - 48) = 0, которое ребята способны решить и в котором после проведенных преобразова­ний «узнают» исходное уравнение.

Один из вариантов решения предлагает учитель. Он сообщает, что в древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, такие уравнения решал не алгебраически, а геометрическим. Вот, например как древние греки решали уравнение у2 + 6у – 16=0. Решение представлено на рис. 1. Это решение следует сопроводить записями:

*y* ***+ 3 = 5,***

откуда у = 2.



Далее разбирается, что такое у + 3; как в уравнении (\*) появляется число 5; что сделано с обеими частями уравнения; где на рисунке добавленное к обеим частям равенства число 9; является ли - 8 корнем исходного уравнения, в ходе какой операции это корень потерян, почему древние греки были «обречены» его потерять.

Затем выясняется, что выражения

у2 + 6у + 9 и 16 + 9

геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное уравнение и уравнение у2 + 6у – 16 + 9-9 = 0 - одно и то же уравнение. Откуда и полу чаем, что y + 3 =*±* 5.

Далее учитель выделяет новую проблему: как изобразить ситуацию геометрически, если второй коэффициент в квадратном уравнении отрицателен? Пусть, уравнение имеет вид

у2 - 6у - 16 = 0.

По аналогии с рассмотренной выше ситуацией, на рисунке появляются квадраты со сторонами y и у - 3. Если учащиеся, исходя из рис. 2, предлагают рассмотреть равенство у2 = (у - З)2 + 6(у - 3) + 9, то после преобразований получим 0 = 0. На вопрос, почему последняя запись не позволила продвинуться в решении уравнения, следует ответ, что эта запись - алгебраическое тождество и в нем не использовано условие, что у2 - 6у - 16 = 0. Преобразуя последнее равенство, получаем у2 - 6у = 16. На рис. 2 находим «изображение» выражения у2 - 6у, и обращаем внимание что в нем из площади квадрата со стороной у два раза вычитается площадь квадрата со стороной, равной 3



Значит, если к выражению *у*2 *- 6у* прибавить 9, то по­лучим площадь квадрата со стороной *у -* 3.

Заменяя выражение *у*2 *-* 6 равным ему числом 16, получаем:

*(у* - 3)2 = 16 + 9, т. е. *у* - 3 = *± √25*= ± 5.

Далее возникает очередная под проблема: как пред­ставить рассмотренные решения квадратных уравне­ний в краткой алгебраической форме, обобщив гео­метрические решения. В результате такого обобще­ния получаем метод выделения полного квадрат. За­тем возвращаемся к исходной задаче.

Приведенная беседа удовлетворяет всем выдвинутым тре­бованиям: изучение темы начинается с ситуации невозможно­сти решить практическую задачу, обнаруженную в старинных рукописях. Проблема разбивается на ряд под проблем. Реше­нию проблемы способствует рассмотрение истории решения квадратных уравнений. На уроке показаны два способа реше­ния - геометрический и алгебраический. В беседе рассмотрен ряд гипотез, не приведших к решению, и ошибочные шаги. Ис­торический материал естественно «вплетается» в содержание урока, делая его живым и занимательным.