Тема 7**. Неравенства с модулем. Иррациональные алгебраические неравенства.**

**IV. Неравенства с модулем.**

При решении неравенств с неизвестным под знаком модуля пользуемся определением



Решение неравенств, содержащих модули, в большинстве случаев строится аналогично решению соответствующих уравнений. Основное отличие состоит в том, что после освобождения от модулей требуется решить, естественно, не уравнение, а неравенство. Есть еще одно отличие. Если при решении уравнений можно широко пользоваться проверкой полученных решений, то для случая неравенств отбросить посторонние решения проверкой может быть затруднительно. Это означает, что при решении неравенств стараются использовать в основном, равносильные переходы.

Пример. Решить неравенство +  < 7.

Решение. Нули подмодульных выражений разделяют числовую ось на три промежутка

x < -1, -1  x < 4, x  4.

-1 4 x

На левом промежутке оба модуля раскрываются со знаком "-"; на среднем - первый модуль раскрывается со знаком "-", а второй - со знаком "+"; на правом - оба раскрываются со знаком "+". В результате получаем, что исходное неравенство равносильно совокупности трех систем неравенств



Решите эти системы самостоятельно и объедините полученные ответы:

x(-2; -1)  [-1; 4)  [4; 5) x(-2; 5).

Ответ: x(-2; 5).

**Неравенство вида  можно решать, исходя из определения модуля, но во многих случаях удобнее перейти к системе неравенств**

****

Пример. Решить неравенство .

Решение. В соответствии с приведенной схемой запишем систему неравенств, равносильную исходному неравенству:



Решением первого неравенства является отрезок x, а решением второго - объединение двух лучей 

Пересечение полученных множеств решений неравенств является решением системы и служит ответом в данной задаче.

Ответ: x.

**Неравенство вида удобнее решать, переходя к совокупности неравенств**

****

Пример. Решить неравенство 2.

Решение. Запишем совокупность неравенств, равносильную исходному неравенству



Решением первого неравенства является объединение интервалов , а решением второго интервал . Объединяя полученные множества решений неравенств, находим решение совокупности.

Ответ: .

Решить неравенства.

1. . Ответ: 
2. . Ответ: 
3. . Ответ: 
4. . Ответ: 
5. . Ответ: 

**V. Иррациональные неравенства.**

При решении иррациональных неравенств необходимо помнить, что корни нечетной степени рассматриваются при всех действительных значениях подкоренных выражений, а корни четной степени - только арифметические.

Избавляясь от иррациональности, помните, что неравенство нельзя возводить в четную степень, если хотя бы одна из его частей отрицательна, поскольку при этом знак неравенства может измениться!

Иррациональные неравенства, предлагаемые на вступительных экзаменах, часто сводятся к простейшим следующих видов.

*Схемы решения иррациональных неравенств.*

1. 
2. 
3. 
4. 
5. .
6. 

Пример.

1) Решить неравенство 

Решение.



Ответ: 

1. Решить неравенство 

Решение.

Ответ: .

1. Решить неравенство 

Решение. 

Неравенство решим по правилу решения дробно-рациональных неравенств (см. III).

Найдем нули числителя и знаменателя дроби. Это х=2, х=. Нанесем эти точки на числовую ось и определим знак дроби

- + -

 2 х

в каждом промежутке.

Ответ: .

1. Решить неравенство 

Решение.

 



Ответ: 

Решить неравенства

1.  Ответ: 
2. . Ответ: 
3.  Ответ: 
4.  Ответ: 
5.  Ответ: 