Открытый урок по теме:

«Случайные события и их вероятности».

Учитель математики высшей категории Теленкова Любовь Ивановна

Цели: В ходе выполнения упражнений повторить основные понятия , закрепить способы решения задач на отыскание вероятностей.

Ход урока.

1.Организационный момент.

2. Совместная работа учителя и учеников по изученному материалу.

Во многих задачах мы рассматривали игральный кубик. Бросание кубика считают испытанием, опытом, экспериментом, полученный результат - исходом испытания или элементарным событием. Какие предсказания могут сделать люди, когда бросают кубик? Разные, например:

1. Событие А – впадает цифра 1, 2, 3, 4, 5 или 6.
2. Событие В – выпадает цифра 7, 8 или 9.
3. Событие С – выпадает цифра 1.

Событие А обязательно наступит, оно называется достоверным событием.
Событие В не наступит никогда. Событие, которое данном опыте наступить не может, называют невозможным событием.
Событие С может наступить, а может и нет. Событие, которое в данном опыте может наступить, а может нет, называют случайным событием.

Задача. На карточках написаны все двузначные числа.
Петя случайным образом выбрал одну карточку. Охарактеризуйте как достоверные, невозможные или случайные следующие события.

1. Событие А – на выбранной карточке оказалось простое число (случайно).
2. Событие В – на карточке составное число (случайное).
3. Событие С – на карточке число, которое не является ни простым, ни составным (не возможно).
4. Событие Д – на карточке оказалось четное или нечетное число.

Вероятность достоверного события считается равной 1.
Вероятность невозможного равно 0.
А вероятность случайного события и вычисляет теория вероятности.
Математика имеет дело с моделями некоторого.
Самая простая модель в теории вероятности – это классическая вероятная схема.

Классическая вероятностная схема.

Для нахождения вероятности события А при проведении некоторого опыта следует:

1) Найти число N всех возможных исходов данного опыта;
2) Принять предположение о равно вероятности (равно возможности) всех этих исходов;

3) Найти количество N(A) тех исходов опыта, в которых наступает событие A;
4) Найти частное N(A)/N; оно и будет равно вероятности событии A.

С решением своей задачи с игральным кубиком познакомит ученик

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{11}{36}$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12.}$$

Задачи на отыскание вероятностных случайных событий считаются в 2,5 раза сложнее задач по комбинаторике. Сначала мы используем комбинаторику при нахождении N – всех исходов опыта. Во второй раз комбинаторика нужна для нахождения N(A) – это более сложная задача . Но надо еще суметь вычислить значение дроби. Вот и получается «две с половиной комбинаторики».
Теория вероятности возникла в 17 веке при анализе различных азартных игр.
Решим задачу , связанную с случайным вытаскиванием карт из колоды.
Некрасов «Из колоды в 36 карт случайным образом одновременно вытаскивают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них нет пиковой дамы?».

N(A)=C^3_{36} исходов.

Событие A – среди исходов нет пиковой дамы.

Отложим даму пик, и из оставшихся 35 карт будем выбирать 3 карты.

N(A)=C^3_{35}

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{35}^3}{C_{36}^3} = \frac{35!}{3!32!} * \frac{3!*33!}{36!} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

Вопросы:

1) А чему равна вероятность, что средивыбранных карт есть пиковая дама?

   $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$

2) Как называются эти два события (противоположные).

Задача.

Из колоды в 36 карт случайным образом выбирают 5 карт. Какова вероятность того, что среди выбранных карт будет хотя бы одна карта бубновой масти?

Всего исходов $N(A) = C_{36}^5$

Если А событие, что будет хотя бы одна карта бубновой масти, то В – нет ни одной карты этой масти. А значит все 5 карт выбраны других мастей, т.е. 36 – 9 = 27 карт.

$$N(A) = C_{27}^{5}$$

$$P(\overline{A}) = \frac{N(\overline{A})}{N} = \frac{C_{27}^{5}}{C_{36}^{5}} = \frac{27!}{5!22!} * \frac{5!31!}{36!} = \frac{23*24*25*26*27}{32*33*34*35*36} \approx 0.214$$

$$P(A) = 1 - 0.214 = 0.786$$

Кроме игрального кубика и карт рассматривают еще и «уровневую схему». В урне неразличимые на ощупь шары различного цвета. Один или несколько вытаскивают. Вычисляют вероятности, что шары будут определенного цвета.

Задача.

В урне 10 белых и 11 рыжих шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров 3 белых?

Всего способов выбора $N = C_{21}^{5}$

Событие А – 3 из 5 шаров белые и 2 рыжие. Из 10белых шаров 3 шара можно выбрать C_{18}^{3}способами, а 11 рыжих 2 шара C_{11}^{2}. Выбор независимый.

Нужно по правилу умножения $N(A) = C_{10}^{3} * C_{11}^{2}$ нужный состав шаров найти столькими способами

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{10}^{3} * C_{11}^{2}}{C_{21}^{5}} = \frac{10!}{3!7!} * \frac{11!}{2!9!} * \frac{2!16!}{21!} = \frac{8*9*10}{2*3} * \frac{10*11}{2} * \frac{2*3*4*5}{17*18*19*20*21} = \frac{2200}{6783} \approx 0.324$$

Часто используется способ решения задач, перебором случаев когда условие задачи разбивается на взаимоисключающие друг друга случаи, когда каждый рассматривается отдельно. Всем знакомо «На право пойдешь коня потеляешь, прямо пойдешь задачу на теорию вероятностей решать будешь, Налево пойдешь - …»

Задача.

Из 50 точек 17 закрашены в синий цвет, а 13 – в оранжевый. Найти вероятность того, что случайным образом точка будет закрашена.

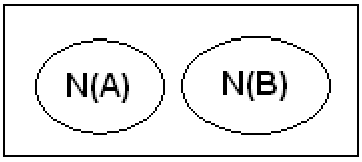
$$P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0.6$$

Рассмотрим этот простой пример более внимательно.

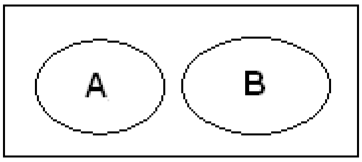
А – выбранная точка синяя, В – выбранная точка оранжевая. А и В произойти одновременно не могут, а значит, они не совместимые. Событие С- закрашенная точка – это хотя бы одно из событий А или В.

$N(C) = N(A) + N(B)$ при решении этой задачи мы воспользуемся теоремой суммы.

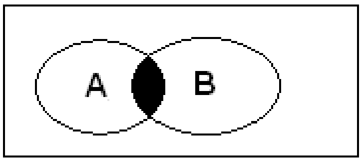
1. Проиллюстрируйте несовместимость событий А и В.



2. Как на диаграммах Эйлера-Венна изобразить несовместимые события?



3. Как на диаграммах Эйлера-Венна изобразить совместимые события?



4. А и А всегда несовместимые события.

Задача. В урне 10 белых и 11 рыжих шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Вопрос: Какова вероятность того, что среди этих шаров есть по крайней мере, 4 белых шара?

$N = C_{21}^{5}$

Событие А – равно 4 шара.

Событие В – все 5 белые, рыжих нет.

Тогда А и В несовместимые, в сумме дающее нужное событие.

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{10}^{4} * C_{11}^{1}}{C_{21}^{5}} = \frac{10!}{4!6!} * 11 * \frac{5!16!}{21!} = \frac{110}{969} \approx 0.114$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{C_{10}^{5}}{C_{21}^{5}} = \frac{10!}{5!5!} * \frac{5!16!}{21!} = \frac{17*18*19*20*21}{6*7*8*9*10} \approx 0.012$$

$$P(C) = P(A) + P(B) = 0.114 + 0.012 = 0.126$$

Задача. Задача та же. Вопрос: Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров есть, по крайней мере, 3 белых шара?

А – равно 3 белых шара, В – равно 4, с – все 5 белые.

Все события попарно не совместимы. А нам надо найти вероятность того, произойдет или А, или В, или С.

$$P(A + B + C) = 0.324 + 0.114 + 0.012 = 0.45.$$

Значит, мы знакомы с вероятностью случайного события, который ведется по классической вероятностной схеме; с противоположным событием и формулой $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ для нахождения такого события; с несовместимыми событиями и формулами $P(AVB) = P(A) + P(B)$, позволяющие находить вероятность таких событий.
Дома: п.3 стр265 №№556, 559, 562.