## Элективное занятие по теме: «Решение уравнений и неравенств»

*Цель:* Повторить закрепить методы решения уравнений и неравенств

*Задачи:* Обобщение и систематизация знаний по данной теме.

План урока:

I. Сообщение темы и цели урока.

II. Обобщение методов решения уравнений и неравенств с примерами.

III. Устная работа.

IV. Разбор примеров у доски.(работают учащиеся)

V. Самостоятельная работа по карточкам.( проверка в парах)

VI. Домашнее задание. Подведение итогов урока.

### II. Общие методы решения уравнений и неравенств:

1. *Метод равносильного перехода* (только для монотонных функций)

Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$, если функция $h(x)$ монотонная.

а) $(x^2 + 3x - 23)^5 = (4x - 3)^5$. Т.к. $h(x) = x^5$ **монотонная** (возрастающая)

$x^2 + 3x - 23 = 4x - 3$ или $x^2 - x - 20 = 0$.

x1 $= -4$ и $x_2 = 5$.

**Ответ: -4; 5.**

б) $(x^2 - 11x + 9)^2 = (2x + 9)^2$. Т.к. $h(x) = x^2$ **немонотонная** и данный метод применять нельзя.

Решением данного уравнения будет совокупность двух уравнений:

$x^2 - 11x + 9 = 2x + 9$ с корнями $x_1 = 0$ и $x_2 = 13$ и

$x^2 - 11x + 9 = -(2x + 9)$ с корнями $x_3 = 3$ и $x_4 = 6$.

**Ответ: 0; 13; 3; 6.**

2. Метод разложения на множители

Уравнение $f(x)g(x)h(x) = 0$ заменяют совокупностью уравнений: $f(x) = 0$; $g(x) = 0$; $h(x) = 0$.

Решив совокупность данных уравнений, выбирают те корни,

которые входят в ОДЗ.

$\sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0;$

$x^{\frac{1}{4}}( x^2 -2x – 15 ) = 0;$

$\sqrt{x} = 0$;   или  $x^2 – 2x – 15 = 0$;

 $x_1= 0$                    $x_2 = 5$  $x_3 = -3$ – посторонний корень

**Ответ: 0; 5.**

## 3. Метод введения новой переменной

Если уравнение  f(x) = 0  имеет вид (или может быть приведено к виду)  p(g(x)), то вводят новую переменную  u = g(x). Получают уравнение p(x) = 0  и решают его. Затем возвращаются к старой переменной и получают совокупность уравнений:  $g(x) = u_1$;   $g(x) = u_2$; ….;  $g(x) = u_n$

$2^x + 2^{1 – x} = 4$;     $2^x = t$;

$t + \frac{2}{t} = 3$; /* t

$t^2 – 3t +2 = 0$;   уравнение имеет корни:

  $t_1 = 1$;  и   $t_2 = 2$;

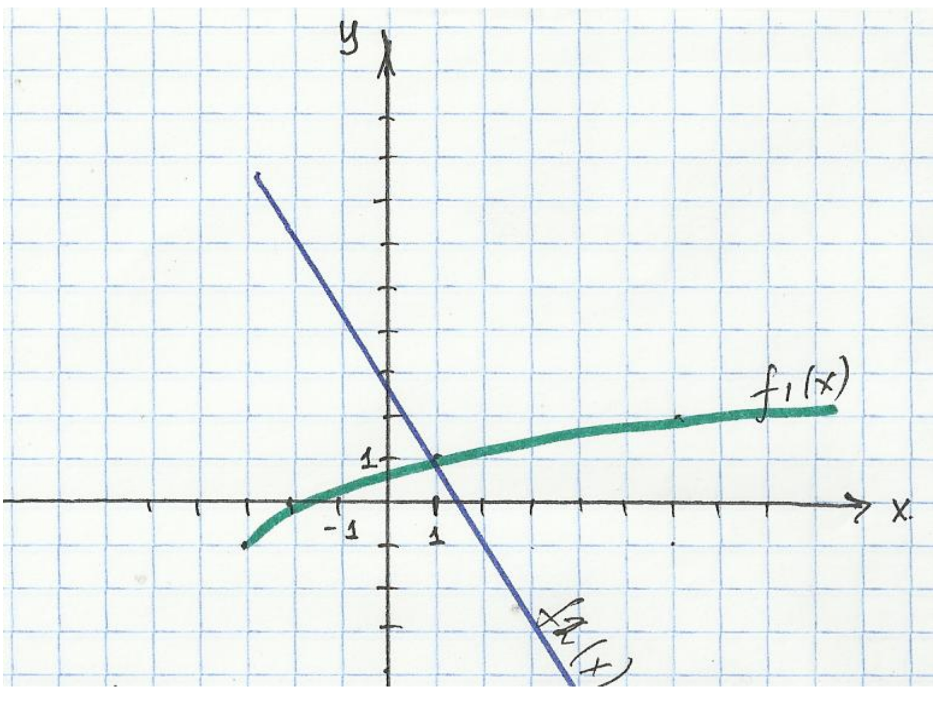
$2^x = 2$      или   $2^x = 1$

$x_1 = 1$              $x_2 = 0$.

**Ответ: 1; 0.**

## 4. Функционально- графический метод

Если дано уравнение f(x) = g(x), строят графики функций     y = f(x)  и  y = g(x) в одной системе координат. Абсциссы точек пересечения являются корнями данного уравнения.




**Ответ: 1**

III. Устная работа

1. С помощью графиков функций решите уравнения и неравенства:

а) $f_1(x) = f_2(x)$;   б) $f_1(x) \geq f_2(x)$;   в) $f_2(x) > f_1(x)$;

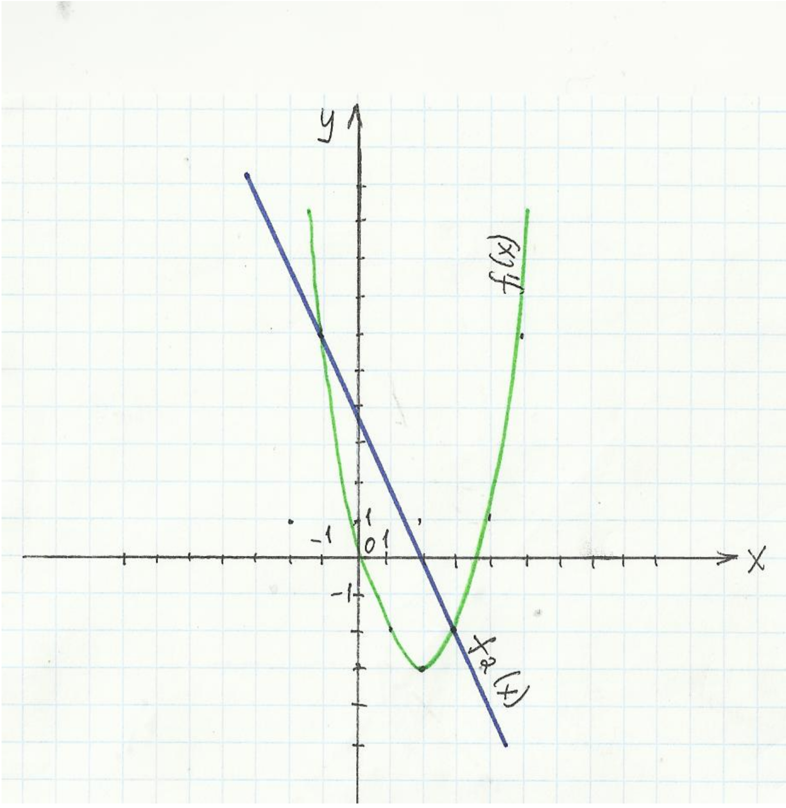



рис 1

С помощью графиков функций решите уравнения и неравенства:

а) $f_1(x) = f_2(x)$;   б) $f_1(x) \geq f_2(x)$;   в) $f_2(x) > f_1(x)$;

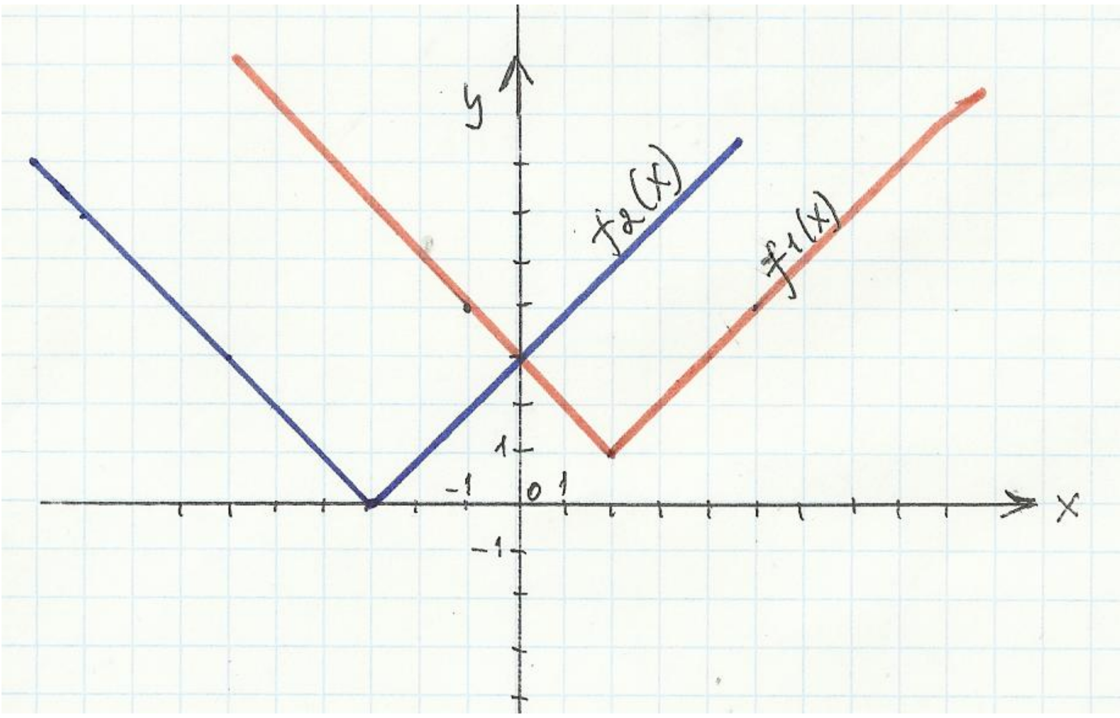



рис. 2

2.Решить уравнения и неравенства:

а) $\sqrt{x+1} + |2x-4| = -3$;

б) (0,5x – 1) + $\sqrt{x-2}$ = 0;

в) $\sqrt{4x^2+2} > 0$;

г)$|2x-3x^2| < 0$.

IV. Работа у доски с комментариями.(выполняют учащиеся)

1. Решите уравнение: $64 \cdot 9^x + 12^{x+1} - 27 \cdot 16^x = 0$.

$64 \cdot 3^{2x} + 3^x \cdot 4^x \cdot 12 - 27 \cdot 4^{2x} = 0$; - однородное уравнение второй степени. Разделим обе части уравнения на $4^x > 0$, получим уравнение

$64 \cdot \frac{3^{2x}}{4^{2x}} + 12 \cdot \frac{3^x}{4^x} - 27 = 0$; введем новую переменную $t = \frac{3^x}{4^x} > 0$,

получим уравнение $64t^2 + 12t - 27 = 0$; $t_1 = \frac{9}{16}$ и $t_2 = -\frac{3}{4}$ – посторонний корень.

Возвращаемся к нашей подстановке $\frac{3^x}{4^x} = \frac{9}{16}$; $x = 2$.

**Ответ: 2**

2. Решите неравенство и найдите его наибольшее целое решение:

$$\log_2^2 x - |\log_2 x| < 6$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < x < 1 \\ \log_2^2 x + \log_2 x < 6 \quad (1) \end{cases} \\ \begin{cases} x > 1 \\ \log_2^2 x - \log_2 x < 6 \quad (2) \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\log_2 x = t$$

1) $t^2 + t < 6$

$t^2 + t - 6 < 0$

$t_1 = 3 \quad t_2 = 2$

$-3 < t < 2$

$\log_2 \frac{1}{8} < \log_2 x < \log_2 4.$

$$\begin{cases} \frac{1}{8} < x < 4 \\ 0 < x < 1. \end{cases}$$

$x \in (\frac{1}{8}; 1)$

2) $t^2 - t < 6$

$t^2 - t - 6 < 0.$

$t_1 = -2 \quad t_2 = 3$

$-2 < t < 3.$

$\log_2 \frac{1}{4} < \log_2 x < 8$

$$\begin{cases} \frac{1}{4} < x < 8 \\ x > 1 \end{cases}$$

$x \in (1; 8)$

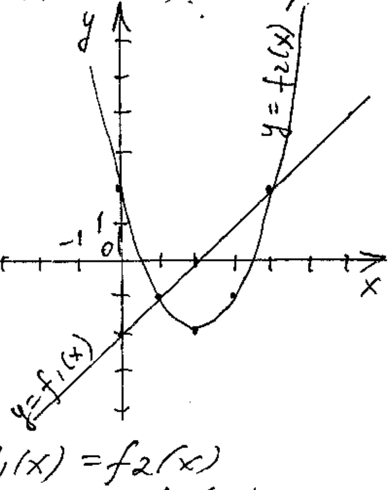
Наибольшее целое: $x = 7$

**Ответ: 7.**

V. Самостоятельная работа

I в

① Решить с помощью графиков ф-й $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ уравнения и нер-ва




а) $f_1(x) = f_2(x)$

б) $f_2(x) > f_1(x)$

в) $f_1(x) \geq f_2(x)$

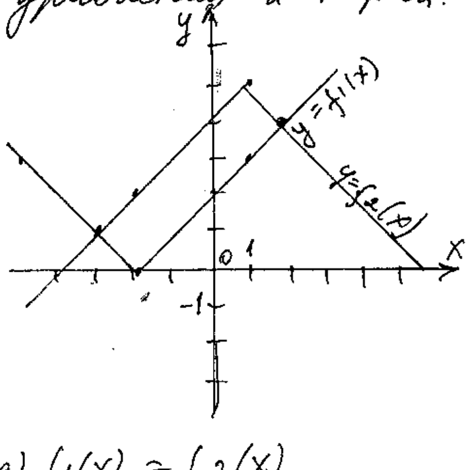
② Решить ур-я

а) $\sqrt{x^2+3} = -x^2$

б) $\log_2 x + \log_2 4x = 2$

II в

① Решить с помощью графиков ф-й $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ уравнения и нер-ва.




а) $f_1(x) = f_2(x)$

б) $f_2(x) \geq f_1(x)$

в) $f_1(x) > f_2(x).$

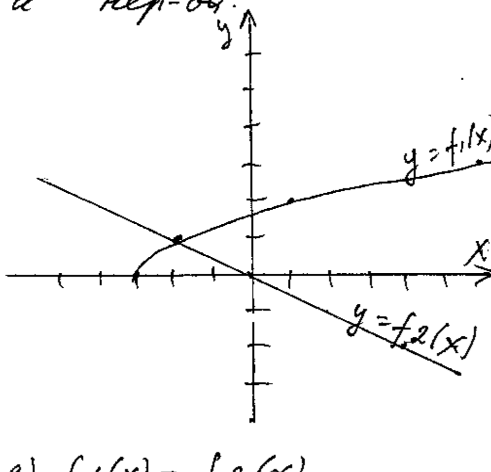
② Решить ур-я

а) $(3-x)^2 + |x| = 0.$

б) $\log_3 x - 2 = -\log_3 3x$

III в

① Решить с помощью графиков ф-й $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ уравнения и нер-ва.




а) $f_1(x) = f_2(x)$

б) $f_2(x) > f_1(x)$

в) $f_1(x) \geq f_2(x)$

② Решить ур-я.

а) $x^2 + 1 = -\sqrt{x-2}$

б) $\log_3 3x = 3 - \log_3 3x$

*Ответы к самостоятельной работе (самопроверка в парах)*

| **1 вариант** | **2 вариант** | **3 вариант** |
|---|---|---|
| 1. а) 1; 4. | 1. а) -3; 2. | 1. а)-2. |
| б)$(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. | б) $[-3; 2]$. | б) $(-\infty; -2)$. |
| в)$[1; 4]$. | в)$(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. | в)$[2; +\infty)$. |
| 2. а)$\emptyset$. | 2. а)$\emptyset$ | 2. а)$\emptyset$. |
| б)1. | б)$\sqrt{3}$. | б) $\sqrt{3}$. |

VI. Домашнее задании на карточках.

Решить уравнения и неравенства.

1. $2x^2\sin x - 8\sin x + 4 = x^2$;  2. $\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0$;

3. $(x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5$;  4. $9^{x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} \geq 4\frac{1}{3}$;