«Согласовано» «Согласовано» «Согласовано»

Руководитель МО Заместитель директора Директор МБОУ

естественно-математи- по УР МБОУ « Сиренькинская « Сиренькинская средняя

ческого цикла средняя общеобразовательная общеобразовательная школа»

\_\_\_\_\_\_\_\_/Тихонова Г.А./ школа» \_\_\_\_\_\_\_\_\_/Файзетдинов Т.М./

Протокол № 1 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Максимова М.Н./ Приказ №\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

от «22» августа 2013г. от «23» августа 2013г. от « 28» августа 2013г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**по элективному курсу**

**«Решение уравнений и неравенств повышенной сложности» по математике, 11 класс**

**МБОУ «Сиренькинская средняя общеобразовательная школа»**

**Тихонова Галина Арсентьевна**

**II категория**

Рассмотрено и принято на заседании

педагогического совета

протокол №1

от « 27» августа 2013 г.

2013-2014 учебный год

***Программа элективного курса по математике в 11 классе***

***« Решение уравнений и неравенств повышенной сложности».***

Знание - самое превосходное

из владений. Все стремятся к нему,

само же оно не приходит.

Ал - Бируни

**Пояснительная записка.**

Цели обучения математике в образовательной школе определяются её ролью в развитии общества в целом и формировании личности каждого отдельного человека. Практическая полезность математики обусловлена тем, что ее предметом являются фундаментальные структуры реального мира: пространственные формы и количественные отношения – от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте людей, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Математическая подготовка играет значительную роль в общем образовании современного человека, особенно у выпускников.

Данный курс «Уравнения и неравенства повышенной сложности» предназначен для учащихся 11 классов.

В этом курсе рассматриваются уравнения и неравенства (уравнения и неравенства с модулями; рациональные уравнения и неравенства; уравнения и неравенства с радикалами) и более сложные (показательные; логарифмические; смешанные тригонометрические и содержащие одновременно логарифмы, модули, радикалы и т.п.). Таким образом, курс охватывает значительную часть математики, помогает сформировать у выпускников такие качества, как:

* умение грамотно выполнять алгоритмические предписания и инструкции;
* умение пользоваться математическими формулами, самостоятельно составлять формулы зависимостей между величинами на основе обобщения частных случаев;
* умение применять приобретенные алгебраические преобразования и функционально – графические представления для описания и анализа закономерностей, существующих в окружающем мире и в смежных предметах;
* мышление, характерное для математики, с его абстрактностью, доказательностью, строгостью.

Уравнения и неравенства применяют во многих областях науки, поэтому данный курс помогает анализировать и исследовать, применяя математические методы, процессы и явления в природе и обществе.

Курс «Уравнения и неравенства повышенной сложности» позволяет подготовить учащихся к ЕГЭ.

На изучение вопросов, представленных в программе, отводится **34 часа**, 1 час в неделю. Курс является предметно – ориентированным и рассчитан на учащихся, имеющих базовую математическую подготовку.

Данный курс укрепляет и расширяет базовый уровень знаний учащихся за счет теоретического материала, помогающего в решении некоторых неравенств и уравнений, выходящего за рамки школьной программы и углубляет его через решение задач повышенной сложности.

**Цели курса:**

* формирование у учащихся предметных компетентностей, направленных на успешную сдачу ЕГЭ и продолжение освоения курса математики в профильных ВУЗах;
* освоение учащимися основных методов решения уравнений и неравенств, рассматриваемых в данном курсе;
* овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности;
* развитие таких качеств личности, как ясность и точность мысли, логическое мышление, алгоритмическая культура, интуиция, критичность и самокритичность.

**Задачи:**

* систематизация, углубление и расширение знаний, полученных учащимися на уроках алгебры в 7, 8, 9 и 10 классах при изучении тем, связанных с уравнениями и неравенствами различных видов;
* обучение методам и приёмам решения уравнений и неравенств, рассматриваемых в данном элективном курсе, математических задач, развивающих научно – теоретическое и алгоритмическое мышление;
* формирование необходимых практических навыков и умений у учащихся для решения различных уравнений и неравенств;
* развитие у школьников коммуникативных умений и навыков, навыков самостоятельной работы, самооценки и взаимооценки;
* формирование навыков и интереса к научной и исследовательской деятельности и воспитание устойчивого интереса к математике;
* оказание помощи ученику в оценке своего потенциала с точки зрения образовательной перспективы.

**Используемые технологии:**

* лекционно-семинарская система обучения;
* модульное обучение;
* исследовательский метод в обучении;
* индивидуальные формы работы;
* дифференцированное обучение.

Для реализации целей и задач данного элективного курса предлагается использовать следующие формы занятий: лекции, беседы с элементами обсуждения, коллективное исследование поставленной проблемы и практикумы по решению основных типов задач, а также домашние контрольные работы учащихся с последующей совместной проверкой и самооценкой.

Формой итогового контроля может стать тестовая работа, включающая разноуровневые задачи, рассмотренные на занятиях. Результат освоения курса считается положительным, если по итогам теста набрано более 32 баллов из 100 возможных.

**Требования к уровню освоения содержания курса:**

В результате изучения курса учащиеся овладевают следующими знаниями, умениями и способами деятельности:

* имеют представление о роли математики в познании действительности;
* умеют анализировать, сопоставлять, сравнивать, систематизировать и обобщать, самостоятельно работать с математической литературой и использовать информационные технологии;
* знают и умеют применять различные способы решений уравнений и неравенств разных видов;
* умеют ставить цели и планировать действия для их достижения;
* умеют объективно оценивать свои индивидуальные возможности в соответствии с избираемой деятельностью;
* умеют проводить самоанализ деятельности и самооценку ее результата.

Результатом освоения курса станет отработка у выпускников предметных знаний, умений и навыков, направленные на дальнейшее успешное изучение математики в ВУЗах.

**Ожидаемые результаты:**

Учащиеся должны знать, что такое уравнение, корень уравнения, равносильные уравнения, уравнения – следствия, посторонний корень, потерянный корень уравнения; уметь решать уравнения по видам и решать их предлагаемыми способами, выбирать более рациональный способ решения, если возможно одно и то же уравнение решать различными способами.

**Содержание курса**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **пп** | **Содержание занятия** | **Количество часов** | **Календарные дни** | |
| **план** | **факт** |
| 1. | Рациональные уравнения и неравенства | 2 | 4.09  11.09 |  |
| 2. | Рациональные системы уравнений | 2 | 18.09  25.09 |  |
| 3. | Тригонометрические уравнения | 2 | 2.10  9.10 |  |
| 4. | Тригонометрические неравенства | 2 | 16.10  23.10 |  |
| 5. | Системы уравнений с двумя переменными, содержащих 1 тригонометрическое уравнение | 2 | 30.10  13.11 |  |
| 6. | Системы уравнений с двумя переменными, содержащих 2 тригонометрических уравнения | 2 | 20.11  27.11 |  |
| 7. | Иррациональные уравнения и неравенства . | 2 | 4.12  11.12 |  |
| 8. | Комбинированные уравнения | 2 | 18.12  25.12 |  |
| 9. | Показательные уравнения | 2 | 15.01  22.01 |  |
| 10. | Показательные неравенства | 2 | 29.01  5.02 |  |
| 11. | Логарифмические уравнения | 2 | 12.02  19.02 |  |
| 12. | Логарифмические неравенства | 2 | 26.02  5.03 |  |
| 13. | Системы уравнений с двумя переменными, содержащими 1 или 2 показательных уравнения | 2 | 12.03  19.03 |  |
| 14. | Системы уравнений с двумя переменными, содержащими 1 или 2 логарифмических уравнения | 2 | 2.04  9.04 |  |
| 15. | Уравнения и неравенства с модулем | 2 | 16.04  23.04 |  |
| 16. | Системы уравнений , содержащие модуль | 1 | 30.04 |  |
| 17. | Уравнения и неравенства, содержащие логарифм, модуль и радикалы. | 2 | 7.05  14.05 |  |
| 18. | Итоговый контроль | 1 | 21.05 |  |
|  | Всего | 34 |  |  |

**Список использованной литературы:**

1. Под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Ященко. 3000 задач с ответами по математике . ЕГЭ. Банк заданий группы В. –М.:Экзамен, 2012,2013г.
2. Под редакцией Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова. ЕГЭ. Математика. Подготовка к ЕГЭ 2013,2014. – Ростов-на-Дону, «Легион», 2012,2013.
3. Под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Ященко. ФИПИ. ЕГЭ 2013,2014. Математика. Типовые экзаменационные варианты. 30 вариантов. – М.: «Национальное образование», 2012,2013.
4. Под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Ященко. ЕГЭ 2013. Математика с теорией вероятностей и статистикой. Типовые тестовые задания + 800 заданий части 2 (С). 30 вариантов. – М. : Экзамен, 2012.
5. Т.С.Степанова. Математика. Весь школьный курс в таблицах. Минск, «Современная школа»,Ю 2011.
6. И.Н.Сергеев. Математика. ЕГЭ. Задания типа С. 100 баллов. – М.: «Экзамен»,2011.
7. И.Т.Бородуля. Тригонометрические уравнения и неравенства. – М.: «Просвещение», 1999.
8. Демонстрационный вариант ЕГЭ 2014 по математике. ФИПИ.
9. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения ЕГЭ по математике. ФИПИ.
10. Кодификатор элементов содержания по математике для составления КИМ для проведения ЕГЭ. ФИПИ.
11. Спецификация КИМ для проведения ЕГЭ по математике. ФИПИ.
12. Газета «Математика», приложение к газете «Первое сентября» за 2011-2013гг.

**Рецензия**

на программу элективного курса

«Решение уравнений и неравенств повышенной сложности»,

составленную учителем математики

второй квалификационной категории

МБОУ «Сиренькинская средняя общеобразовательная школа»

Альметьевского муниципального района

Тихоновой Галины Арсентьевны

Программа для тех, кто изучает математику, кому завтра предстоят выпускные и вступительные экзамены. Курс направлен на успешную сдачу ЕГЭ по математике. Рассчитан на 34 часа, рассматриваются основные приемы решения сложных типов целых уравнений и неравенств. Примеры соответствуют программному материалу, стандарту математического образования.

Материал данного курса содержит «нестандартные» методы, которые позволяют более эффективно решать широкий класс заданий, содержащих уравнения и неравенства повышенной сложности. Предлагаемый курс предусматривает формирование устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие способностей, существенным образом связанные с математикой.

При составлении программы выполнено требование структурной полноты (наличие основных структурных модулей - объяснительной записки, описания изучаемого материала, характеристики ожидаемых результатов обучения, системы средств обучения и методического аппарата).

К программе прилагается список используемой литературы, теоретические и дидактические материалы к занятиям.

Программа оформлена в соответствии с существующими требованиями. Соблюдается логика изложения материала. Данный элективный курс может быть рекомендован для внедрения в учебный процесс в режиме подготовки к ЕГЭ.

Рецензент:

Заместитель директора по УВР МБОУ

« Сиренькинская СОШ»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / Максимова М.Н./

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

**Основное содержание курса:**

1. ***Рациональные уравнения и неравенства, системы уравнений. (2+2ч.)***Представление о рациональных алгебраических выражениях. Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения. Метод замены при решении дробно- рациональных уравнений. Дробно- рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем. Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств. Метод замены при решении неравенств.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать рациональные уравнения и неравенства, системы уравнений различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств, систем уравнений углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
|  |  |
|  | 2. |

***Тригонометрические уравнения и неравенства, системы уравнений. (8 ч.)***

Тригонометрические методы решения уравнений, методы решения уравнений с радикалами. Методы решения уравнений, содержащие модули.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать смешанные тригонометрические уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
| 1. | 1. |
| 2. | 2. |
| 3. | 3. |
| 4. | 4. |

***Иррациональные уравнения и неравенства (2 ч.)***Уравнения и неравенства с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями. Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки. Метод эквивалентных преобразований уравнений и с квадратными радикалами. Освобождение от кубических радикалов. Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем). Метод интервалов при решении иррациональных неравенств. Замена при решении иррациональных неравенств.

*Знать, понимать*

* строить графики элементарных функций;
* применять графический метод в системе (х; у) при решении иррациональных уравнений;
* методы решения иррациональных уравнений.

*Уметь*

* применять аналитические методы решения иррациональных уравнений, содержащих параметры: ; ; ;
* введение новой переменной;
* введение двух переменных.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
|  | 1. |
|  | 2. |
|  | 3. |
|  | 4. |

***Показательные уравнения и неравенства, системы уравнений.(6 ч.)***Свойства показательных функций. Основные свойства степеней. Методы решения показательных уравнений и неравенств: функционально – графический метод; метод уравнивания показателей; метод введения новой переменной. Метод интервалов при решении показательных неравенств.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать показательные уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
|  | 1. |
|  | 2. |
|  | 3. |
|  | 4. |
|  | 5. |
|  | 6. |

***Логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений. (6ч.)***Основное логарифмическое тождество. Формулы преобразования логарифмов. Эквивалентные переходы, позволяющие избавится от логарифмов. Основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств: функционально – графический метод; метод потенцирования; метод введения новой переменной.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать логарифмические уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
| 1. | 1. |
| 2. | 2. |
| 3. | 3. |
| 4. | 4. |
| 5. | 5. |

***Уравнения и неравенства с модулями, системы уравнений. (3 ч.)***

Уравнения с модулями. Раскрытие модулей - стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей. Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах. Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).

**Уравнения, содержащие модули.**

Систематизация различных видов уравнений и систем с модулем. Методы решения: раскрытие модуля исходя из определения; возведение обеих частей уравнения в квадрат; метод разбиения на промежутки; графический и аналитический способы решения уравнений и систем уравнений с модулем. Алгоритмы решения уравнений, содержащих модуль:

решение линейных уравнений;

решение квадратных уравнений;

решение тригонометрических уравнений;

решение показательных и логарифмических уравнений.

*Тестирование по теме :* решение уравнений с модулем с выбором рационального способа решения.

**Неравенства, содержащие модуль.**

Классификация различных типов неравенств с модулем и способы их решения. Алгоритмы решения неравенств, содержащих модуль.

Графический и аналитический способы решения линейных неравенств и неравенств второй степени с модулем:

неравенства, содержащие выражения ׀x׀;

неравенства вида ׀ƒ(x)׀ >g(x)

неравенства вида ׀ƒ1(x)׀±׀ƒ2(x)׀±…± ׀ƒn(x)׀> g(x).

Системы неравенств, содержащие неизвестное под знаком модуля.

Тригонометрические неравенства, содержащие неизвестное под знаком модуля. Показательные и логарифмические неравенства с модулем.

*Самостоятельная работа*: решение неравенств с модулем с выбором рационального способа решения.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
|  |  |
| 2. |  |
| 3. |  |
| 4. | 4. |
| 5. |  |

***Показательные уравнения и неравенства, системы уравнений.(6 ч.)***Свойства показательных функций. Основные свойства степеней. Методы решения показательных уравнений и неравенств: функционально – графический метод; метод уравнивания показателей; метод введения новой переменной. Метод интервалов при решении показательных неравенств.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать показательные уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
|  | 1. |
|  | 2. |
|  | 3. |
|  | 4. |
|  | 5. |
|  | 6. |

***Логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений. (6ч.)***Основное логарифмическое тождество. Формулы преобразования логарифмов. Эквивалентные переходы, позволяющие избавится от логарифмов. Основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств: функционально – графический метод; метод потенцирования; метод введения новой переменной.

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать логарифмические уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
| 1. | 1. |
| 2. | 2. |
| 3. | 3. |
| 4. | 4. |
| 5. | 5. |

***Уравнения и неравенства, содержащие одновременно логарифмы, модули, радикалы и т.п. (2 ч.)***

В результате изучения темы учащиеся должны:

* уметь решать уравнения и неравенства различных типов, используя изученные алгоритмы;
* уметь подбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения уравнений и неравенств углубленного уровня.

|  |  |
| --- | --- |
| уравнения | неравенства |
| 1. | 1. |
| 2. | 2. |
| 3. | 3. |
| 4. | 4. |
| 5. | 5. |

***Итоговый урок. (1 ч.)***

Презентации проектов учащихся по решению уравнений и неравенств.

**1. ** .

*Решение.*

Рассмотрим два случая:  и .

Первое неравенство первого случая выполняется при любых *х* из ОДЗ, т.е. при ,  Значит, решение первой системы состоит из таких *х*, что 

Первое неравенство второй системы выполняется только при .

*Ответ:* 

**Задача 2. **.

*Решение.*

ОДЗ данного неравенства состоит из всех таких *х*, что .

В ОДЗ имеем , и наше неравенство принимает вид . Это стандартное неравенство, которое разбивается на две системы  и .

Решим первую систему. Если *x* > 6, то и первое неравенство приобретает вид . При *х* > - 6 второе неравенство равносильно тому, что *х* + 6 > 1 и первая часть ответа будет: .

Если *х* < - 6 , то  и имеем неравенство , которое выполняется при всех *х* так, что вторую часть ответа получаем из неравенства –*х* – 6 > 1 *х* < - 7 .

Вторая система решений не имеет.

*Ответ:.*

**Задача 3. **

*Решение.*

Второе уравнение системы эквивалентно тому, что . Подставим это значение *у* в первое уравнение:

.

Последнее уравнение эквивалентно тому, что либо *х* = 1, либо 

.

*Ответ:* 1, .

**План-конспект занятия по теме «Уравнения с радикалами. Некоторые приёмы решения»**

Цели урока :

* *Образовательная –* дать понятие иррациональных уравнений, познакомить с некоторыми приёмами решения иррациональных уравнений.
* *Развивающая –*способствовать формированию умений классифицировать иррациональные уравнения по методам решений, научить применять эти методы, способствовать развитию математического кругозора.
* *Воспитательная –* содействовать воспитанию интереса к иррациональным уравнениям, воспитывать чувство ответственности, самоконтроля.

Тип урока :

* Урок изучения и первичного закрепления новых знаний.
* Отработка умений и навыков решения иррациональных уравнений.

Метод обучения :

* *Репродуктивный*
* *Частично – поисковый*

Формы организации учебной деятельности :

* *Индивидуальная*
* *Фронтальная*
* *Групповая*
* *Взаимопроверка*

План урока

1. Организационный момент. Постановка цели, мотивация.
2. Актуализация опорных знаний.
3. Изучение новой темы. Лекция.
4. Закрепление нового материала :

а) на уровне воспроизведения,

б) на уровне применения знаний.

5. Подведение итогов.

Ход урока

**1. Организационный момент.**

**2.Актуализация знаний**.

Вспомним а) определение и основные свойства корня n – ой степени,

б) определение уравнения, что означает «решить уравнение».

**3. Изучение новой темы** : «Иррациональные уравнения. Некоторые приёмы решения». (лекция)

а) Определение иррационального уравнения.

б) Примеры :  ,  и т. д.

в) Что значит решить иррациональные уравнения ? Это значит : найти все такие

значения переменной х, при которых уравнение превращается в верное равенство,

либо доказать, что таких значений не существует. Другие понятия для иррациональных

уравнений определяются так же, как и для рациональных уравнений.

Широко распространёнными иррациональными уравнениями, предлагаемыми на

вступительных экзаменах являются уравнения вида  - алгеб-

раические выражения, где неизвестная величина содержится под знаком корня и

уравнения вида .

Вернёмся к уравнению вида 

Показывается способ решения уравнения данного вида :(1)

Примеры : 1) ; 2) .

Учитель показывает решение этих двух уравнений на доске :

Обратите внимание на правые части уравнений. Во втором уравнении должно

налагаться дополнительное условие, которое вытекает из определения

арифметического корня n – ой степени.

Имеем . Пришли к системе 

х1 = 4 , х2 = 1 – посторонний корень, не удовлетворяет условию х ? 2.

Ещё один вид иррационального уравнения  сводится к системе

 ( 2 )

Кстати, можно проверять и А (х) ? 0, т.е. то, что в данной задаче проще. Если

уравнение не относится ни к одному из видов, то с помощью различных

преобразований можно привести уравнения к Ι или ΙΙ виду.

0сновные методы решения иррациональных уравнений:

**Ι) Уединение радикала и возведение в степень.**

1) Решить уравнение : 



Рассмотрим уравнение системы 

х1 = 11, х2 = 6 – пост. корень, т.к. х ? 8.

2) Решить уравнение : 

Данное уравнение равносильно системе :



Решим второе уравнение системы : 

х1=2, х2=42 – посторонний корень.

Ответ : 2.

**ΙΙ. Метод введения вспомогательного неизвестного.**

1) 

Пусть 

Получим новое уравнение 

у1=2, у2=-6 – посторонний корень, т.к. у0.

Вернёмся к замене  уравнение дорешать дома.

2) Решим уравнение :  ОДЗ: 

Пусть  Получим уравнение : 



у1=-1 – посторонний корень, т.к. у>0, у2=2.

Возвращаемся к подстановке 

Х=2,5. Уравнение дорешать дома.

Часто этот метод встречается при решении других уравнений, не только

иррациональных.

**ΙΙΙ. Нестандартный подход.**

1) Пример : . Разделим обе части уравнения на х0, получим уравнение

.

Пусть , тогда , получим 

уравнение дорешать дома.

2) Попробуйте решить: 

Решение : 

Ответ : нет решений.

3) Пример : 

Т.к. правая часть отрицательная, уравнение не имеет решения.

Ответ : нет решения.

**4.Закрепление**

Работа в парах и индивидуально.

1. **Подведение итогов.**