**Степень вершины и подсчет числа ребер графа (7 класс)**

**Профиль класса:** общеобразовательный.

**Тип урока:** изучение и первичное закрепление новых знаний.

**Знания и умения учащихся:**

* ученик знает понятия графа и мультиграфа, знаком с понятиями «вершина графа» (смежные вершины) и «ребро графа» (кратные ребра и петли);
* умеет приводить примеры использования графов в различных учебных предметах и повседневной жизни.

**Цели:**

*Образовательные:*

* закрепить понятие графа, сформировать представление о степени вершины графа (четная, нечетная вершины), сформулировать определение о связности графа, рассмотреть утверждение о количестве ребер графа и теорему о четности числа нечетных вершин графа;
* отработать навыки использования теоретических знаний для решения новых задач.

*Развивающие:*

* развивать логическое мышление учащихся, способность к рассуждению, внимательность;
* формировать умение представлять информацию в виде графов.

*Воспитательная:*

* воспитывать культуру общения на уроке, взаимоуважение.

**План урока**

1. Организационный момент (приветствие класса, подготовка к уроку, проверка домашнего задания, включающая повторение материала предыдущего урока);
2. Теоретический материал (знакомство с темой предстоящего урока, объяснение нового материала и краткая запись в рабочую тетрадь новых теоретических сведений по теме урока);
3. Закрепление материала (решение задач);
4. Итоги урока (краткий вывод и домашнее задание).

**Ход урока**

1. *Давайте вспомним основные понятия теории графов. Для этого проведем разминку по типу незаконченного предложения (****Презентация****,* ***сл.: 2, 3, 4****). Каждый ученик имеет карточки с пропущенными словами в предложение. Учитель зачитывает предложение, останавливаясь перед пропущенным словом, и выбирает ученика, который в свою очередь должен поднять карточку. Далее этот ученик читает дальше предложение, также останавливаясь перед пропущенным словом, и уже сам выбирает одноклассника для ответа и т. д. по цепочке.*

*Проверим в классе решение домашней задачи* ***(Презентация, сл.: 5, 6, 7)****. Один ученик выходит к доске и рисует граф. Далее мы вместе проверяем ребра (дороги между городами), считаем количество выходящих ребер из каждой вершины и смотрим связи между городами.*

1. *Сегодня на уроке мы продолжим изучение графов, познакомимся с понятием «степень вершины графа» и сформулируем определение связности графа (обратим внимание на наш граф из домашнего задания и определим, является ли он связным или нет и почему). Рассмотрим утверждение о количестве ребер графа, и проверим в соответствие с этим утверждением, правильно ли мы посчитали количество ребер графа в домашней задаче. И рассмотрим теорему о четности числа нечетных вершин графа.*

Количество ребер, выходящих из одной вершины, называют **степенью** этой вершины. Для петли будем считать, что это ребро выходит из вершины дважды **(Презентация, сл. 8).**

*Запишем определение в рабочую тетрадь и зарисуем представленный граф, для данного графа посчитаем степень каждой вершины. Ребята смотрят на слайд и работают самостоятельно, далее вслух зачитаем степень каждой вершины.*

Вершина, имеющая четную степень, называется **четной вершиной**, соответственно, вершина, имеющая нечетную степень, называется **нечетной вершиной (Презентация, сл. 9)**.

*Запишем определение в тетрадь и перечислим через запятую сначала четные вершины, а потом нечетные вершины для уже нарисованного графа. Проверим задание вслух.*

Количество ребер графа равно половине суммы степеней его вершин. Пусть граф имеет **n** вершин, тогда число ребер равно:

**(Презентация, сл. 10)**

*Запишем утверждение в рабочую тетрадь и посчитаем количество ребер графа в домашней задачке. Проверим ответ в классе. Рассмотрим задачу и ее решение на подсчет числа ребер графа без построения.* ***(Презентация, сл. 11)****.*

*Сформулируем теорему о количестве вершин нечетной степени любого графа и запишем формулировку в рабочую тетрадь.* ***(Презентация, сл. 12)****.*

**Теорема**. Количество вершин нечетной степени любого графа всегда четно.

**Доказательство:** Количество ребер графа равно половине суммы степеней его вершин.

Так как количество ребер должно быть целым числом, то сумма степеней вершин должна быть четной.

А это возможно только в том случае, если граф содержит четное число нечетных вершин.

*Разберем доказательство и проверим теорему на нашей домашней задачке.*

1. Рассмотрим несколько задач.

**Задача.** В государстве 50 городов, из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве.

Решение. Подсчитаем общее количество выходящих дорог из городов: 50 **.** 4 = 200. Однако, мы понимаем, что при подсчете каждая дорога посчитана 2 раза – она выходит из одного города и входит в другой. Значит всего дорог в два раза меньше, т.е. 100.

**Задача.** В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 человек имеют по 3 друга, 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?

Ответ. Нет (теорема о четности числа нечетных вершин).

1. Сегодня мы с вами познакомились с новыми определениями, связанными с понятием графа, рассмотрели утверждение, которое помогает быстро подсчитывать число ребер графа, и сформулировали теорему, которая значительно упрощает решение многих задач. В частности, поучительная сторона этой теоремы заключается в исследовании и ответе на вопрос, возможно или нет решение данной задачи, прежде чем приступать за ее решение.

В качестве домашнего задания ученики получать карточки с тремя задачами **(Презентация, сл. 13)**.